**Universidad Tecnológica de la Habana**

**“José Antonio Echeverría”**

**Facultad de Ingeniería Informática**



*Trabajo para optar por el título de Ingeniero Informático*

**Evaluación de OR-Tools para la optimización de rutas de vehículos**

**Autor**

Dayana Vázquez Rodríguez

**Tutores**

Dr. C. Alejandro Rosete Suárez

Dr. C. Isis Torres Pérez

*La Habana, junio 2025*

**Declaración de autoría**

Yo, Dayana Vázquez Rodríguez, declaro que soy la única autora de la presente tesis, realizada como requisito para optar por el título de Ingeniera Informática en la Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría" (CUJAE).

Afirmo que este trabajo es original y ha sido desarrollado íntegramente por mí. Cualquier referencia a investigaciones previas, publicaciones o contribuciones de otros autores ha sido debidamente citada y reconocida conforme a las normas académicas establecidas.

Asimismo, otorgo a la Universidad Tecnológica de La Habana "José Antonio Echeverría" (CUJAE) el derecho de utilizar este documento para los fines académicos que considere pertinentes.

**Dedicatoria**

A mi familia, con todo mi amor y gratitud.

A aquellos que están presentes en cuerpo y a aquellos que, aunque no estén físicamente, me acompañan en alma. Esta tesis es para ustedes, porque todo lo que he logrado es gracias a su apoyo incondicional, su amor y sus enseñanzas.

**Agradecimientos**

En primer lugar, quiero agradecer a mi familia por su apoyo incondicional y su comprensión en cada etapa de este camino. Su amor y confianza han sido mi mayor fortaleza.

A mis amigos, gracias por hacer este largo recorrido más ameno, divertido y reconfortante. Sus risas, compañía y palabras de aliento hicieron que cada desafío fuera más llevadero.

A mi novio, por estar siempre ahí para mí, por compartir enseñanzas, brindarme su apoyo inquebrantable e inspirarme a ser una mejor persona cada día.

A mis tutores, quienes con su guía y dedicación hicieron posible la realización de este documento. Gracias por cada comentario, consejo y corrección, siempre con la intención de ayudarme a mejorar y sacar lo mejor de mí.

A mis profesores, quienes a lo largo de estos años de carrera han dejado en mí valiosas enseñanzas. Su paciencia, interés y compromiso con la educación han sido fundamentales en mi formación.

A todos ustedes, gracias de corazón.

**Resumen**

El presente informe aborda el Problema de Planificación de Rutas de Vehículos en el campo de la optimización. El principal propósito consiste en evaluar la capacidad de la biblioteca OR-Tools para abordar el Problema del Viajante de Comercio y variantes del Problema de Planificación de Rutas de Vehículos. Este trabajo busca identificar las soluciones más eficientes y viables en función de diferentes escenarios y características de las instancias.

En el transcurso de este estudio, se profundiza en el estado del arte de la optimización de rutas, explorando las soluciones obtenidas en trabajos previos y las diversas bibliotecas disponibles para abordar este desafío. Además, se examina la eficacia de diferentes enfoques y algoritmos utilizados en la resolución de los problemas. En particular, se presta atención a la biblioteca OR-Tools debido a su robustez y versatilidad en la resolución de problemas combinatorios, así como su capacidad para adaptarse a diferentes tipos de problemas y escalas.

Se plantea una solución utilizando los módulos que brinda esta biblioteca para la resolución de los problemas mencionados anteriormente, y los resultados de esta evaluación se comparan con soluciones de trabajos anteriores. Adicionalmente, se emplea el aprendizaje automático con bosques de decisión para predecir el algoritmo más adecuado según las características específicas de cada instancia del problema. Esta aproximación permite optimizar los procesos de selección de algoritmos y mejora la eficiencia del sistema. Finalmente, se analizan en detalle los resultados obtenidos para determinar las ventajas y desventajas de utilizar OR-Tools en el contexto de la optimización de rutas de vehículos.

**Palabras clave**: optimización, Problema del Viajante de Comercio, Problema de Planificación de Rutas de Vehículos, OR-Tools.

**Abstract**

This report addresses the Vehicle Route Planning Problem in the field of optimization. The main purpose is to evaluate the capability of the OR-Tools library to address the Traveling Salesman Problem and variants of the Vehicle Route Planning Problem. This work seeks to identify the most efficient and feasible solutions based on different scenarios and instance characteristics.

In the course of this study, we delve into the state of the art of route optimization, exploring the solutions obtained in previous work and the various libraries available to address this challenge. In addition, the effectiveness of different approaches and algorithms used in solving the problems is examined. In particular, attention is given to the OR-Tools library due to its robustness and versatility in solving combinatorial problems, as well as its ability to adapt to different types of problems and scales.

A solution is proposed using the modules provided by this library for solving the problems mentioned above, and the results of this evaluation are compared with solutions from previous works. Additionally, machine learning with decision forests is used to predict the most appropriate algorithm according to the specific characteristics of each instance of the problem. This approach optimizes the algorithm selection process and improves the efficiency of the system. Finally, the results obtained are analyzed in detail to determine the advantages and disadvantages of using OR-Tools in the context of vehicle routing optimization.

**Keywords**: optimization, Traveling Salesman Problem, Vehicle Routing Problem, OR-Tools.

**Índice de contenido**

[Introducción 1](#__RefHeading___Toc88780_1277926921)

[Capítulo 1: Introducción a la optimización de rutas de vehículos 7](#__RefHeading___Toc88782_1277926921)

[1.1. Introducción 7](#__RefHeading___Toc88784_1277926921)

[1.2. Problemas de optimización de rutas 7](#__RefHeading___Toc88786_1277926921)

[1.3. Técnicas de optimización y trabajos previos 17](#__RefHeading___Toc88788_1277926921)

[1.3.1. Técnicas de optimización 18](#__RefHeading___Toc88790_1277926921)

[1.3.2. Estado del arte de la optimización de rutas de vehículos 21](#__RefHeading___Toc88792_1277926921)

[1.4. Herramientas de optimización 24](#__RefHeading___Toc88794_1277926921)

[1.4.1. Xpress 24](#__RefHeading___Toc88796_1277926921)

[1.4.2. PuLP 25](#__RefHeading___Toc88798_1277926921)

[1.4.3. SciPy 26](#__RefHeading___Toc88800_1277926921)

[1.4.4. BHCVRP 26](#__RefHeading___Toc88802_1277926921)

[1.4.6. OR-Tools 27](#__RefHeading___Toc88804_1277926921)

[1.4.6. Comparación entre las herramientas 28](#__RefHeading___Toc88806_1277926921)

[1.5. Biblioteca OR-Tools 30](#__RefHeading___Toc88808_1277926921)

[1.5.1. Arquitectura 30](#__RefHeading___Toc88810_1277926921)

[1.5.2. Patrones y principios de diseño 32](#__RefHeading___Toc88812_1277926921)

[1.6. Conclusiones parciales 34](#__RefHeading___Toc88814_1277926921)

[Capítulo 2: Guía para la evaluación de OR-Tools 35](#__RefHeading___Toc88816_1277926921)

[2.1. Introducción 35](#__RefHeading___Toc88818_1277926921)

[2.2. Heurísticas y metaheurísticas en OR-Tools 35](#__RefHeading___Toc88820_1277926921)

[2.2.1. Heurísticas 36](#__RefHeading___Toc88822_1277926921)

[2.2.2. Metaheurísticas 39](#__RefHeading___Toc88824_1277926921)

[2.3. Estructura del proyecto 40](#__RefHeading___Toc88826_1277926921)

[2.3.1. Flujo general 40](#__RefHeading___Toc88828_1277926921)

[2.3.2. Diagrama de clases de la solución 42](#__RefHeading___Toc88830_1277926921)

[2.4. Evaluación de efectividad 45](#__RefHeading___Toc88832_1277926921)

[2.4.1. TSP 45](#__RefHeading___Toc88834_1277926921)

[2.4.2. CVRP 49](#__RefHeading___Toc88836_1277926921)

[2.4.3. VRPTW 54](#__RefHeading___Toc88838_1277926921)

[2.4.4. MDVRP 58](#__RefHeading___Toc88840_1277926921)

[2.4.5. VRPPD 60](#__RefHeading___Toc88842_1277926921)

[2.4.6. Comparación general 63](#__RefHeading___Toc88844_1277926921)

[2.5. Conclusiones parciales 64](#__RefHeading___Toc88846_1277926921)

[Capítulo 3: Comparación de los resultados 65](#__RefHeading___Toc88848_1277926921)

[3.1. Introducción 65](#__RefHeading___Toc88850_1277926921)

[3.2. Comparación con la biblioteca BHCVRP [49] 65](#__RefHeading___Toc88852_1277926921)

[3.2.1. Prueba de Wilcoxon entre BHCVRP y OR-Tools 69](#__RefHeading___Toc88854_1277926921)

[3.3. Comparación con el artículo de Homberger y Gehring del año 1999 [33] 70](#__RefHeading___Toc88856_1277926921)

[3.3.1. Prueba de Wilcoxon entre Homberger y Gehring del año 1999 y OR-Tools 73](#__RefHeading___Toc88858_1277926921)

[3.4. Conclusiones parciales 74](#__RefHeading___Toc88860_1277926921)

[Conclusiones 75](#__RefHeading___Toc88862_1277926921)

[Recomendaciones 77](#__RefHeading___Toc88864_1277926921)

[Referencias bibliográficas 78](#__RefHeading___Toc88866_1277926921)

**Índice de ilustraciones**

**Ilustración 1**: Representación gráfica de los problemas TSP y VRP [16]. 9

**Ilustración 2:** Representación gráfica del CVRP [13]. 10

**Ilustración 3:** Resumen de los problemas derivados del CVRP [23]. 13

**Ilustración 4:** Diagrama de actividades del proceso de resolución de los problemas de optimización de rutas de vehículos con OR-Tools. 43

**Ilustración 5:** Diagrama de clases para la resolución de los problemas de optimización de rutas de vehículos con la biblioteca OR-Tools. 45

**Ilustración 6**: Gráfico de comparación entre las distancias totales de BHCVRP y OR-Tools. 73

**Ilustración 7:** Gráfico de comparación entre los tiempos de ejecución de BHCVRP y OR-Tools. 74

**Ilustración 8:** Gráfico de comparación entre las distancias totales del artículo de Homberger y Gehring del año 1999 y OR-Tools. 77

**Índice de ecuaciones**

[**Ecuación 1:** Ecuación para el cálculo de la distancia euclideana. 13](#_Toc176635078)

[**Ecuación 2:** Ecuación para el cálculo de la distancia manhattan. 14](#_Toc176635079)

[**Ecuación 3:** Ecuación para el cálculo de la distancia chebyshev. 14](#_Toc176635080)

[**Ecuación 4:** Ecuación para el cálculo de la distancia haversine. 15](#_Toc176635081)

[**Ecuación 5:** Ecuación para el cálculo de la distancia minkowski. 16](#_Toc176635082)

[**Ecuación 6:** Ecuación para el cálculo de la distancia geodésica. 16](#_Toc176635083)

**Índice de tablas**

[Tabla 1: Análisis comparativo de los trabajos estudiados del estado del arte. 23](#Tabla!0|sequence)

[Tabla 2: Comparación entre las herramientas de optimización. 28](#Tabla!1|sequence)

[Tabla 3: Comparación de la configuración de restricciones para MDVRP en las herramientas de optimización. 29](#Tabla!2|sequence)

[Tabla 4: Descripción de las instancias TSP. 46](#Tabla!3|sequence)

[Tabla 5: Mejores resultados de las instancias TSP utilizando la distancia euclideana. 46](#Tabla!4|sequence)

[Tabla 6: Mejores resultados de las instancias TSP utilizando la distancia manhattan. 48](#Tabla!5|sequence)

[Tabla 7: Descripción de las instancias CVRP. 49](#Tabla!9|sequence)

[Tabla 8: Mejores resultados de las instancias CVRP utilizando la distancia euclideana. 51](#Tabla!10|sequence)

[Tabla 9: Mejores resultados de las instancias CVRP utilizando la distancia manhattan. 52](#Tabla!11|sequence)

[Tabla 10: Descripción de las instancias VRPTW. 54](#Tabla!12|sequence)

[Tabla 11: Mejores resultados de las instancias VRPTW utilizando la distancia euclideana. 55](#Tabla!13|sequence)

[Tabla 12: Mejores resultados de las instancias VRPTW utilizando la distancia manhattan. 56](#Tabla!14|sequence)

[Tabla 13: Descripción de las instancias MDVRP. 58](#Tabla!15|sequence)

[Tabla 14: Mejores resultados de las instancias MDVRP utlizando la distancia euclideana. 59](#Tabla!16|sequence)

[Tabla 15: Mejores resultados de las instancias MDVRP utlizando la distancia manhattan. 60](#Tabla!17|sequence)

[Tabla 16: Descripción de las instancias VRPPD. 61](#Tabla!18|sequence)

[Tabla 17: Mejores resultados de las instancias VRPPD utilizando la distancia euclideana. 62](#Tabla!19|sequence)

[Tabla 18: Mejores resultados de las instancias VRPPD utilizando la distancia manhattan. 62](#Tabla!20|sequence)

[Tabla 19: Comparación entre BHCVRP y OR-Tools para la variante CVRP utilizando la distancia euclideana. 66](#Tabla!21|sequence)

[Tabla 20: Comparación entre BHCVRP y OR-Tools para la variante CVRP utilizando la distancia manhattan. 67](#Tabla!22|sequence)

[Tabla 21: Resultados de la prueba de Wilcoxon entre BHCVRP y OR-Tools. 69](#Tabla!23|sequence)

[Tabla 22: Comparación entre el artículo de Homberger y Gehring del año 1999 y OR-Tools para la variante VRPTW. 71](#Tabla!24|sequence)

[Tabla 23: Resultados de la prueba de Wilcoxon entre Homberger y Gehring del año 1999 y OR-Tools. 73](#Tabla!25|sequence)

# **Introducción**

La optimización es un campo de estudio que busca encontrar las mejores soluciones posibles para problemas complejos, maximizando o minimizando una función objetivo sujeta a ciertas restricciones. En diversas áreas, como la logística, la planificación y el transporte, la optimización juega un papel fundamental para mejorar la eficiencia y reducir los costos operativos [51].

Dentro de este amplio panorama de optimización, uno de los desafíos más relevantes es la optimización de rutas de vehículos. Este problema se presenta en numerosos escenarios, desde empresas de transporte que necesitan planificar las rutas de sus flotas, hasta servicios de entrega que buscan minimizar los tiempos de entrega y los costos asociados [2].

Debido a lo anterior, se tiene como **objeto de estudio** la optimización haciendo uso de herramientas para resolver problemas de optimización combinatoria, mientras que el **campo de acción** se enfoca en la optimización de rutas de vehículos y la biblioteca OR-Tools.

Este trabajo se encarga de abordar este desafiante problema, específicamente, la resolución de los problemas conocidos como el Problema del Viajante de Comercio, TSP (*Traveling Salesman Problem*) [3] y variantes del Problema de Planificación de Rutas de Vehículos, VRP (*Vehicle Routing Problem*) [4]. Para la continuación de la Tesis luego de estas Prácticas Profesionales se espera resolver el Problema de Rutas de Autobuses Escolares SBRP (*School Bus Routing Problem*) [17], que se encarga de planificar rutas eficientes para autobuses escolares y el Subproblema de Selección de Paradas de Autobús, BSS (*Bus Stop Selection*) [17], encargado de ubicar una serie de paradas en diferentes locaciones para asignar a los pasajeros más cercanos a dichas paradas.

El problema TSP se centra en encontrar la ruta más corta que un vendedor ambulante debe tomar para visitar un conjunto de ciudades una sola vez y regresar al punto de partida. Por otro lado, el VRP implica la planificación de rutas eficientes para una flota de vehículos que debe visitar múltiples destinos para satisfacer la demanda de los clientes, minimizando costos como la distancia recorrida, el tiempo de viaje, entre otro. Dentro de los VRP se encuentran múltiples variantes, algunas de ellas son; el Problema de Planificación de Rutas de Vehículos con Capacidad, CVRP (*Capacitated Vehicle Routing Problem*) [4, 16], que agrega una limitación de capacidad a los vehículos, el Problema de Planificación de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo, VRPTW (*Vehicle Routing Problem with Time Windows*)[19], que incorpora ventanas de tiempo para las entregas, el Problema Planificación de Rutas de Vehículos con Recogida y Entrega, VRPPD (*Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery*) [20], que involucra la recogida y entrega de mercancías en diferentes ubicaciones, y el Problema de Planificación de Rutas de Vehículos con Múltiples Depósitos, MDVRP (*Multi-Depot Vehicle Routing Problem*) [18], en el cual se considera la existencia de múltiples depósitos desde los cuales los vehículos pueden partir y regresar [3, 4][51].

La planificación de rutas manualmente para resolver estos problemas es una tarea que, si bien ha sido realizada durante años, presenta limitaciones significativas en términos de eficiencia y efectividad. El proceso manual no permite una optimización adecuada de los recursos ni del tiempo, lo que resulta en rutas ineficientes y en la asignación inadecuada de vehículos a destinos específicos. Además, la planificación manual puede ser tediosa y propensa a errores, lo que aumenta la posibilidad de retrasos y costos adicionales. Por esto, la automatización y optimización de este procedimiento surge como una solución a este problema. Al utilizar herramientas y algoritmos avanzados es posible reducir significativamente los costos y los recursos necesarios para la planificación de rutas, así como minimizar el tiempo requerido para realizar esta tarea [2, 5].

Para resolver los problemas TSP y las variantes VRP existen algunas técnicas comunes como los algoritmos heurísticos. Estos algoritmos ofrecen soluciones aproximadas utilizando métodos inteligentes basados en reglas y estrategias específicas como el Algoritmo del Vecino más Cercano [6], el Algoritmo de Inserción más Cercana [6], entre otros [7]. También se encuentran los algoritmos de optimización exacta [8], que buscan encontrar la solución óptima al explorar exhaustivamente todas las posibles combinaciones. Finalmente, aparecen las metaheurísticas [9], basadas en principios generales que pueden explorar de manera eficiente el espacio de soluciones en comparación con los algoritmos exactos. Ejemplos de estas son el Recocido Simulado, la Búsqueda Tabú, los Algoritmos Genéticos y los Escaladores de Colinas [5, 9].

Existen diversas bibliotecas y herramientas de optimización que implementan las técnicas descritas anteriormente. Algunos ejemplos incluyen FICO Xpress [10]; potente conjunto de solvers de pago y herramientas de modelado para problemas de optimización lineal, no lineal y entera mixta. Otra alternativa es PuLP [11]; biblioteca de código abierto para modelar y resolver problemas de optimización lineal y entera mixta de forma sencilla. En esta herramienta para la resolución de problemas complejos se requiere la incorporación de solvers externos, al contrario de Xpress. También se encuentra SciPy [12]; biblioteca de código abierto que incluye módulos para optimización de forma general de problemas poco complejos. Otro ejemplo es la Biblioteca de Heurísticas de Construcción para Problemas de Planificación de Rutas de Vehículos (BHCVRP) [49]; biblioteca de código abierto en Java que resuelve algunas variantes VRP pero que no implementa metaheurísticas, se restringe solamente a heurísticas de construcción y tiene dependencias de un componente llamado BHAVRP para resolver la variante MDVRP. Por último, aparece Google OR-Tools [13], una biblioteca con una amplia gama de funcionalidades, excelente documentación y ejemplos de implementación. Esta ofrece soluciones para problemas de optimización combinatoria complejos, pero no proporciona una guía que indique en qué problemas de optimización de rutas de vehículos es adecuado utilizarla y en cuáles no, detallando sus fortalezas y debilidades en este aspecto para aprovecharla al máximo [13].

Debido a lo anterior, surge como **situación problemática**; la necesidad de proporcionar una guía donde se analicen las ventajas y desventajas, en el contexto de optimización de rutas, que aporta la biblioteca OR-Tools, seleccionada gracias a su versatilidad y robustez en comparación con el resto. Para darle solución a esta problemática se propone como **objetivo general**; definir una guía que refleje las ventajas y desventajas de utilizar la biblioteca en la resolución de los problemas de optimización de rutas de vehículos, evaluando tiempos de ejecución y calidad de las soluciones.

Se pretende cumplir los siguientes **objetivos específicos** y sus **tareas** derivadas para dar lugar a la realización del objetivo general:

**1**. Identificar los conceptos esenciales y el estado del arte de la optimización de rutas de vehículos.

**1.1.** Obtener información y conceptos clave sobre la optimización de rutas de vehículos.

**1.2.** Investigar las técnicas y herramientas utilizadas para resolver los problemas VRP.

**1.3.** Recopilar soluciones a los problemas presentados en estudios previos, extraídas de artículos y tesis disponibles en plataformas como Scielo, Google Scholar, entre otras.

**1.4.** Adquirir información y realizar una revisión del estado del arte de la optimización de rutas de vehículos.

**1.5.** Recolectar y analizar datos sobre técnicas de análisis de datos aplicadas a la predicción.

**2.** Experimentar con la biblioteca OR-Tools para la resolución de los problemas de optimización de rutas de vehículos.

**2.1.** Asimilar la biblioteca, incluyendo qué hace y hasta dónde es su alcance en la optimización de rutas, así como los problemas que puede resolver dentro de este contexto.

**2.2.** Asimilar la importación y exportación de los problemas.

**2.3.** Experimentar con los módulos de optimización de rutas de vehículos de la biblioteca.

**2.4.** Resolver los problemas TSP y las variantes VRP utilizando la biblioteca y los tipos de distancia (Euclidean, Manhattan, Haversine, Chebyshev).

**2.5.** Evaluar los resultados obtenidos del punto anterior para analizar que técnicas de optimización resultaron ser más eficientes para las distintas instancias de los problemas.

**3.** Validar y realizar pruebas a los resultados obtenidos, así como comparar con soluciones anteriores.

**3.1.** Obtener soluciones anteriores de la biblioteca BHCVRP [49] para comparar con los resultados obtenidos.

**3.2.** Obtener soluciones anteriores del trabajo de Homberger y Gehring del año 1999 [33] para comparar con los resultados obtenidos.

**3.3.** Realizar las comparaciones de las soluciones obtenidas del problema CVRP en términos de calidad y tiempo de ejecución con BHCVRP [49]. Luego realizar la prueba estadística de Wilcoxon para comparar las soluciones obtenidas.

**3.4.** Realizar las comparaciones de las soluciones de la variante VRPTW en términos de calidad con los resultados obtenidos en el trabajo de Homberger y Gehring del año 1999 [33]. Luego realizar la prueba estadística de Wilcoxon para comparar las soluciones obtenidas.

**3.5.** Aplicar una técnica de análisis de datos orientada a la predicción, con el objetivo de identificar el algoritmo más adecuado de OR-Tools según las características específicas de la instancia y el problema a resolver.

Como valor práctico, al evaluar y comparar diferentes soluciones obtenidas con la biblioteca OR-Tools, será posible determinar su eficacia para resolver problemas de optimización de rutas de vehículos. Esto se logra mediante la creación de demos que demuestren su funcionalidad y usabilidad. Lo anterior permitirá encontrar soluciones eficientes y cercanas a la óptima, considerando las restricciones específicas y las métricas de rendimiento deseadas en cada caso, beneficiando a las empresas de transporte y servicios de entrega al reducir los costos y minimizar los tiempos.

Según los tipos de artefactos definidos en [14], el resultado fundamental de este trabajo es una Guía (*Guideline*) que aclara las ventajas y desventajas de usar la biblioteca en el campo de la optimización de rutas de vehículos, de acuerdo a las restricciones del problema, el tamaño de las instancias, los tiempos de ejecución y la calidad de las soluciones.

Para cumplir con los objetivos mencionados el informe se compone de 3 capítulos, conclusiones, recomendaciones y referencias bibliográficas.

En el **“Capítulo 1: Introducción a la optimización de rutas de vehículos”** se profundiza en el estado del arte de los problemas de optimización de rutas, así como los conceptos fundamentales y soluciones de trabajos anteriores.

En el **“Capítulo 2: Resolución de los VRP con OR-Tools”** se presenta la propuesta de solución a la problemática con la resolución de los problemas de optimización de rutas para la evaluación de la biblioteca de Google, OR-Tools. Finalmente, en el **“Capítulo 3: Análisis comparativo y predicción de los algoritmos”** se validan las soluciones obtenidas comparando con la biblioteca BHCVRP y con los resultados del artículo de Homberger y Gehring del año 1999. Posteriormente, se entrenan bosques de decisión con el fin de predecir el algoritmo más adecuado según las características específicas de una instancia del problema a resolver.

## **Capítulo 1: Introducción a la optimización de rutas de vehículos**

### **Introducción**

En este capítulo, se proporciona una introducción a los conceptos teóricos clave de la optimización de rutas de vehículos, seguida de un análisis exhaustivo de las distintas variantes de problemas en este campo y los métodos de solución más relevantes, con un enfoque en la aplicación de heurísticas y metaheurísticas.

Además, se revisa la literatura existente para contextualizar los avances en el ámbito de la optimización de rutas, destacando los trabajos previos donde se han resuelto variantes del VRP. Posteriormente, se detalla el concepto de predicción y se revisan algunas de las técnicas de análisis de datos enfocadas en ella, tales como la regresión lineal, redes neuronales y bosques de decisión, que permiten anticipar resultados basados en datos previos.

Finalmente, se presentan las herramientas y bibliotecas de optimización más utilizadas en la actualidad, justificando la selección de una de ellas para abordar los problemas propuestos en esta investigación.

### **Problemas de optimización de rutas**

En el ámbito de la investigación operativa y la logística, la optimización es un proceso matemático y computacional que busca encontrar la mejor solución posible dentro de un conjunto de alternativas disponibles. Este proceso se aplica a una amplia gama de problemas en diversas áreas, incluyendo la planificación, la asignación de recursos y la gestión de sistemas complejos. La optimización busca maximizar o minimizar una función objetivo, que puede representar costos, beneficios, eficiencia, entre otros, sujeta a una serie de restricciones específicas del problema a tratar [1].

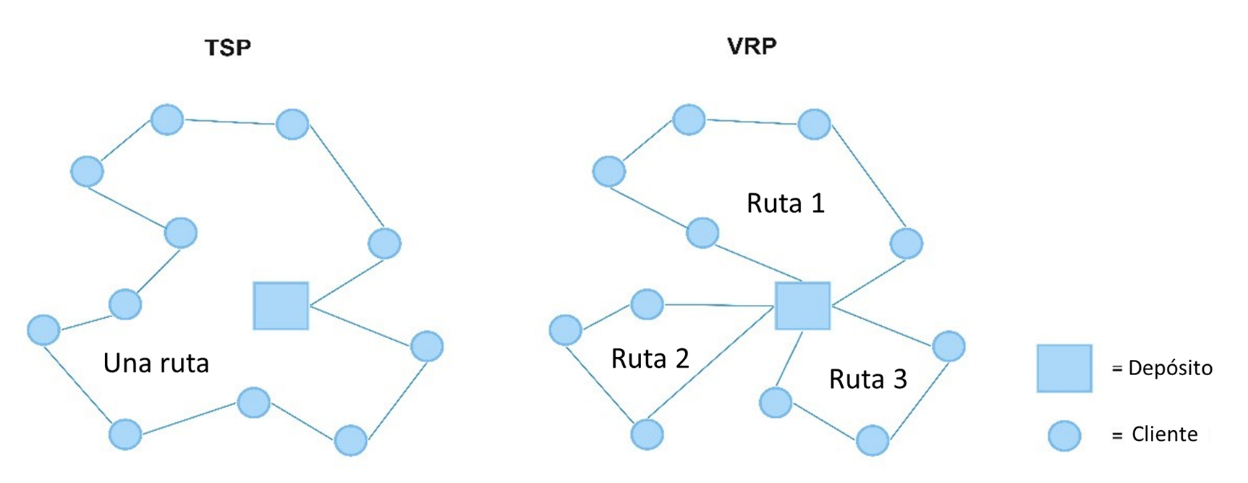
Dentro de esta área de estudio, la optimización de rutas de vehículos constituye un campo de investigación fundamental debido a su impacto significativo en la eficiencia operativa y la reducción de costos en la logística y la gestión de flotas de transporte. Se centra en encontrar las rutas más eficientes para uno o varios vehículos que deben realizar una serie de entregas o servicios. El objetivo principal es minimizar el costo total asociado, que puede incluir la distancia recorrida, el tiempo de viaje, el consumo de combustible, o una combinación de estos y otros factores operativos. Es vital para mejorar la eficiencia operativa y reducir costos en diversas industrias, incluyendo [2, 5]:

* **Distribución y Logística**: permite una gestión eficiente de las flotas de entrega, reduciendo el tiempo y el costo de transporte.
* **Transporte Público:** optimiza las rutas de los autobuses y otros servicios de transporte público, mejorando el servicio al usuario y reduciendo costos.
* **Servicios de Emergencia:** mejora la capacidad de respuesta en situaciones de emergencia, optimizando las rutas de ambulancias, bomberos y otros servicios críticos.

Existen varios problemas dentro del campo de la optimización de rutas de vehículos, cada uno con sus propias características y desafíos. Este trabajo se enfoca en resolver los siguientes [51]:

* **Problema del Viajante de Comercio (*Traveling Salesman Problem*, TSP)** [3]: el TSP es uno de los problemas más estudiados en el ámbito de la optimización de rutas. Se centra en encontrar la ruta más corta que permite a un viajante visitar un conjunto de ciudades exactamente una vez y regresar a la ciudad de origen. Aunque parece sencillo, el TSP es un problema NP-Completo [15], como el resto de los problemas que se mencionan en este trabajo, lo que significa que no existe un algoritmo eficiente conocido que pueda resolver todos los casos en tiempo polinómico.

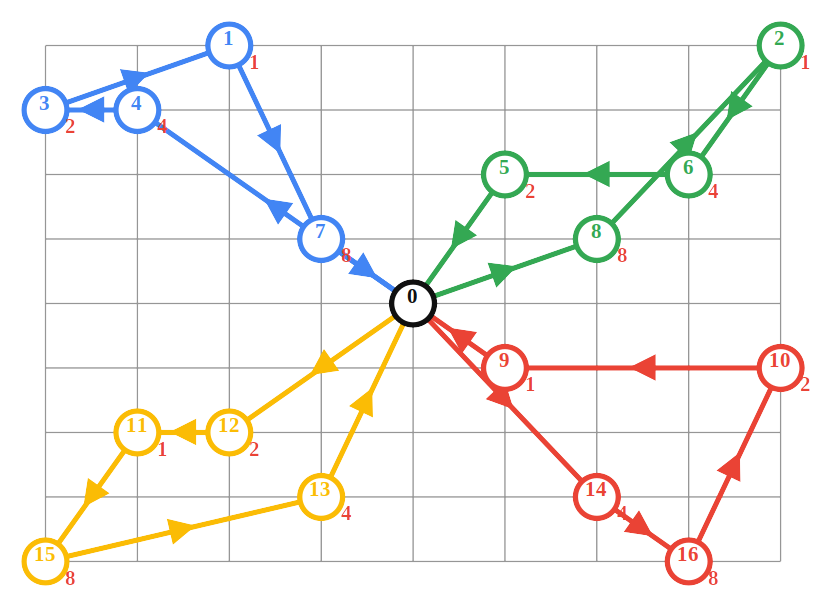
En la Ilustración 1 se puede apreciar que el VRP es una generalización del TSP, ya que mientras este último solo contiene una ruta en el VRP pueden encontrarse varias. Esto se demuestra en la descripción del subproblema BSS y las variantes VRP que aparecen luego de la figura.



**Ilustración 1**: Representación gráfica de los problemas TSP y VRP [16].

* **Problema de Planificación de Rutas de Vehículos con Capacidad (*Capacitated Vehicle Routing Problem,* CVRP)** [4, 16]: el CVRP es una variante del VRP que añade una restricción adicional donde cada vehículo tiene una capacidad limitada que no puede ser excedida. Esto complica la búsqueda de la solución óptima y es crucial en situaciones donde los vehículos tienen limitaciones físicas o de carga.

En la Ilustración 2 se muestra una representación gráfica de este problema; se visualizan 4 rutas con distintos colores, donde los números que se encuentran dentro de los nodos representan su identificador y los números externos la demanda en ese punto, la cual cada vehículo debe cumplir siempre y cuando se respete su restricción de capacidad máxima.



**Ilustración 2:** Representación gráfica del CVRP [13].

* **Problema de Rutas de Autobuses Escolares (*School Bus Routing Problem,* SBRP)** [17]: es un tipo específico de VRP que se centra en la planificación de las rutas de autobuses escolares. Su objetivo es diseñar rutas eficientes para recoger y dejar a los estudiantes en sus respectivas paradas, minimizando el costo total asociado con las rutas. Este costo puede incluir la distancia recorrida, el tiempo de viaje, la cantidad de autobuses utilizados, o una combinación de estos y otros factores.
* **Problema de Planificación de Rutas de Vehículos con Múltiples Depósitos (*Multi-Depot Vehicle Routing Problem,* MDVRP)** [18]: el MDVRP es una variante VRP que considera múltiples depósitos desde los cuales los vehículos pueden comenzar y terminar sus rutas, al contrario del resto donde solo se toma en cuenta un depósito. Este problema es relevante para grandes empresas de logística que operan en diferentes regiones y necesitan optimizar las rutas considerando varios puntos de partida y llegada.
* **Problema de Planificación de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo (*Vehicle Routing Problem with Time Windows*, VRPTW)** [19]: el VRPTW es una variante VRP donde cada cliente tiene un intervalo de tiempo específico (ventana de tiempo) durante el cual debe ser atendido. Esto significa que los vehículos no solo deben planificar sus rutas para minimizar la distancia recorrida, sino también asegurarse de llegar a cada punto de entrega dentro de las horas indicadas por las ventanas de tiempo. Si un vehículo llega antes del inicio de la ventana de tiempo, deberá esperar hasta que esta comience. Si llega después de que la ventana de tiempo haya terminado, la entrega no será aceptada. En este punto la ruta será penalizada o replanificada. Esta variante es particularmente desafiante porque los vehículos deben cumplir con las restricciones temporales además de optimizar la eficiencia de la ruta, lo que añade una capa de complejidad significativa al problema.
* **Problema de Planificación de Rutas de Vehículos con Recogida y Entrega (*Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery*, VRPPD)** [20]: el VRPPD es una variante VRP que se ocupa de la optimización de rutas donde los vehículos deben recoger y entregar productos en diferentes ubicaciones. Este problema es común en servicios de mensajería y logística inversa. La logística inversa se refiere a la gestión y optimización del flujo de productos desde el consumidor final de vuelta al fabricante o al punto de reciclaje para su reutilización, reciclaje o adecuada disposición. En este contexto, los vehículos no solo entregan mercancías, sino que también recogen artículos de retorno o reciclaje. Esto añade una capa adicional de complejidad, ya que las rutas deben planificarse para cumplir con ambas tareas de manera eficiente, asegurando que los vehículos tengan suficiente capacidad para manejar tanto las entregas como las recogidas.
* **Subproblema de Selección de Paradas de Autobús (*Bus Stop Selection,* BSS)** [17]: es un proceso integral y crucial en la planificación y operación de sistemas de transporte público. Este proceso se enfoca en determinar las ubicaciones más adecuadas para las paradas de autobús dentro de una red de transporte, con el objetivo de optimizar la accesibilidad para los pasajeros, la eficiencia del servicio y la seguridad. La selección de ubicaciones para las paradas debe basarse en criterios estratégicos que consideran la distribución geográfica de la población, la densidad urbana, y los puntos de interés como escuelas, hospitales, centros comerciales y áreas residenciales. Además, deben estar situadas a una distancia razonable para la mayoría de los pasajeros.

La elección y aplicación de tipos de distancia juegan un papel crucial en la formulación y resolución de estos problemas. La distancia entre ubicaciones influye directamente en la optimización de rutas, afectando tanto la eficiencia operativa como los costos asociados. En este sentido, algunos tipos de distancia son:

* **Distancia Euclideana (*Euclidean*)** [54, 55]:es una medida directa y lineal entre dos puntos en un espacio euclidiano. Se define como la longitud del segmento que une dos puntos en un plano o en un espacio tridimensional. Matemáticamente, la distancia euclidiana entre dos puntos (x1,y1) y (x2,y2) en un plano se calcula utilizando el teorema de Pitágoras. La muestra la fórmula para este cálculo.

**Ecuación 1:** Ecuación para el cálculo de la distancia euclideana.

**Donde:**

(x1,y1) => punto de partida en el eje de coordenadas (x,y)

(x2,y2) => punto de llegada en el eje de coordenadas (x,y)

* **Distancia Manhattan** [55]:también conocida como distancia rectilínea o distancia de la ciudad, mide la suma de las diferencias absolutas entre las coordenadas de dos puntos en un espacio de coordenadas rectangulares. Es llamada así por la disposición de las calles en el plano de Manhattan, que forman una cuadrícula ortogonal. Matemáticamente, la distancia de Manhattan entre dos puntos (x1,y1) y (x2,y2) se calcula como se muestra en la .

**Ecuación 2:** Ecuación para el cálculo de la distancia manhattan.

**Donde:**

(x1,y1) => punto de partida en el eje de coordenadas (x,y)

(x2,y2) => punto de llegada en el eje de coordenadas (x,y)

* **Distancia de Chebyshev** [56]:define la distancia entre dos puntos como la máxima diferencia entre sus coordenadas a lo largo de cualquier dimensión. Es útil en situaciones donde los vehículos pueden moverse libremente en cualquier dirección. La distancia de Chebyshev se utiliza en diversas aplicaciones, como en problemas de tableros de ajedrez, rutas de movimientos de robots, y en cualquier situación donde se requiera determinar la distancia máxima posible entre dos puntos en un espacio n-dimensional. Se calcula como aparece en la .

**Ecuación 3:** Ecuación para el cálculo de la distancia chebyshev.

**Donde:**

p = (p1, p2,…,pn) => es un vector que representa las coordenadas del punto p en el espacio n-dimensional. Cada pi​ (donde i va de 1 a n) es una coordenada del punto p.

q = (q1, q2,…,qn) => es un vector que representa las coordenadas del punto q en el espacio n-dimensional. Cada qi​ (donde i va de 1 a n) es una coordenada del punto q.

* **Distancia Haversine** [54]: tiene en cuenta la curvatura de la esfera terrestre y es particularmente útil para calcular distancias entre puntos geográficos cuando se trabaja con coordenadas de latitud y longitud. Es importante notar que la fórmula asume una esfericidad perfecta de la Tierra, por lo que para distancias muy grandes o precisas, se pueden usar aproximaciones más complejas como las que consideran el elipsoide de referencia de la Tierra. Se calcula como aparece en la .

**Ecuación 4:** Ecuación para el cálculo de la distancia haversine.

**Donde:**

r => radio de la esfera (por ejemplo, el radio promedio de la Tierra)

Δφ => diferencia de latitudes entre los dos puntos en radianes

Δλ => diferencia de longitudes entre los dos puntos en radianes

φ₁, φ₂ => latitudes de los dos puntos en radianes

* **Distancia Minkowski** [56]: es una medida de distancia utilizada en geometría y análisis numérico para calcular la distancia entre dos puntos en un espacio n-dimensional. Esta distancia generaliza varias otras medidas de distancia comunes, como la distancia Euclidiana y la distancia Manhattan, dependiendo de un parámetro p. Es útil en problemas donde se desea ajustar la sensibilidad a diferentes dimensiones del espacio n-dimensional. Se calcula como se muestra en la .

**Ecuación 5:** Ecuación para el cálculo de la distancia minkowski.

**Donde:**

p => es un parámetro que determina el tipo de distancia. Cuando p=1, la distancia es equivalente a la distancia de Manhattan. Cuando p=2, la distancia es equivalente a la distancia Euclidiana. Cuando p→∞, la distancia es equivalente a la distancia de Chebyshev.

∣pi−qi∣ => es el valor absoluto de la diferencia entre la coordenada pi del punto p y la coordenada qi​ del punto q.

* **Distancia Geodésica** [57]: en el contexto de teoría de grafos y redes se refiere a la distancia más corta entre dos nodos (vértices) en un grafo, medida a lo largo de los enlaces (aristas) que conectan estos nodos. Es decir, es la longitud mínima de cualquier camino que conecta dos nodos específicos en la red. Se calcula como aparece en la .

**Ecuación 6:** Ecuación para el cálculo de la distancia geodésica.

**Donde:**

w (ui, ui+1) => peso del borde entre los nodos ui y ui+1

k => número de bordes en el camino mínimo que conecta los nodos u y v

Durante años, la planificación de rutas para resolver estos problemas se ha realizado manualmente. Aunque este enfoque ha sido funcional hasta cierto punto, presenta varias limitaciones significativas en términos de eficiencia y efectividad. No permite una optimización adecuada de los recursos disponibles, ya que los planificadores deben tomar decisiones basadas en su experiencia y juicio, lo que puede resultar en rutas poco eficientes y en la asignación inadecuada de vehículos a destinos específicos. Este proceso consume mucho tiempo, requiere la consideración de múltiples variables y la actualización constante de información. Además, la naturaleza manual del proceso lo hace propenso a errores humanos, lo que puede aumentar la posibilidad de retrasos y costos adicionales. Los errores en la planificación pueden resultar en tiempos de entrega prolongados y una mala asignación de recursos. Adicionalmente, carece de la flexibilidad necesaria para adaptarse rápidamente a cambios inesperados, como alteraciones en el tráfico, cambios en las demandas de los clientes o interrupciones en el servicio. Esto puede resultar en una menor capacidad para responder a contingencias y en una mayor ineficiencia operativa [5].

La solución a estas problemáticas reside en la automatización y optimización de la planificación de rutas mediante herramientas y algoritmos avanzados. La adopción de métodos automatizados ofrece ventajas significativas como [1, 2]:

* Se pueden considerar una amplia gama de variables y restricciones de manera simultánea, permitiendo una asignación más efectiva de los vehículos y la determinación de las rutas más eficientes. Esto resulta en una utilización óptima de los recursos y una reducción de los costos operativos.
* Elimina la mayoría de los errores humanos asociados con la planificación manual. Los algoritmos pueden procesar grandes volúmenes de datos de manera rápida y precisa, lo que reduce significativamente el tiempo requerido para planificar las rutas. Además, las soluciones automatizadas pueden actualizarse en tiempo real para reflejar cambios en las condiciones del tráfico o las demandas de los clientes.
* Al optimizar las rutas y minimizar los tiempos de viaje y el consumo de combustible, las soluciones automatizadas pueden reducir significativamente los costos asociados con el transporte. La mejora en la eficiencia operativa también puede traducirse en un mejor servicio al cliente y una mayor satisfacción de los usuarios finales.

Existen diversas herramientas y técnicas avanzadas muy utilizadas actualmente en este ámbito que logran lo descrito anteriormente. En el siguiente epígrafe se detallan y ejemplifican algunas de ellas.

### **Técnicas de optimización y trabajos previos**

En esta sección se abordan las técnicas de optimización y algunos trabajos previos encontrados en la literatura. Primero, se describen las principales técnicas de optimización, incluyendo métodos exactos, heurísticas y metaheurísticas, destacando sus características y aplicaciones. Luego, se presentan estudios que han abordado los problemas de planificación de rutas de vehículos, mostrando cómo han sido aplicadas estas técnicas en diversos contextos y los resultados obtenidos.

#### **1.3.1. Técnicas de optimización**

En el ámbito de la optimización, existen actualmente diversas técnicas y algoritmos para encontrar soluciones eficientes a los problemas complejos descritos anteriormente, como los métodos exactos y los métodos heurísticos (heurísticas y metaheurísticas) [5, 24].

Los métodos exactos son técnicas utilizadas en la resolución de problemas de optimización que garantizan encontrar la solución óptima dentro de un espacio de búsqueda dado. Exploran exhaustivamente todas las posibles soluciones factibles y evalúan sistemáticamente cada una de ellas para determinar la mejor en términos de un criterio objetivo. A diferencia de las heurísticas, los métodos exactos garantizan la precisión al encontrar la solución global óptima para el problema en cuestión. Sin embargo, debido a la naturaleza de su enfoque, pueden ser computacionalmente costosos en términos de tiempo y recursos, especialmente para problemas grandes y complejos [5, 8].

Un ejemplo de estos métodos es el algoritmo de Ramificación y Acotamiento (*Branch and Bound*, B&B) [25], este busca la solución óptima explorando sistemáticamente todo el espacio de búsqueda utilizando una estrategia de dividir y conquistar, donde el espacio se divide en subconjuntos más pequeños (ramas) que se exploran recursivamente. A medida que se exploran las ramas, se realizan podas para evitar explorar regiones que no pueden contener soluciones óptimas. Esto se logra utilizando cotas inferiores y superiores para evaluar la calidad de una solución parcial y determinar si se debe explorar una rama específica [25].

En el caso de las heurísticas, consisten en buscar soluciones para problemas complejos en un tiempo razonable. Aunque no garantizan la obtención de la solución óptima, proporcionan soluciones suficientemente buenas con una eficiencia computacional aceptable [24]. Se dividen en diferentes categorías según su enfoque y función. Una de ellas son las heurísticas de construcción; se utilizan para construir una solución paso a paso, agregando elementos al problema hasta que se alcanza una solución completa. También se destacan las heurísticas de mejora u optimización; buscan mejorar una solución existente realizando cambios locales que conduzcan a una solución óptima [5, 7].

En el contexto de la optimización de rutas de vehículos, una heurística de construcción muy común es el Algoritmo del Vecino Más Cercano (*Nearest Neighbor Algorithm*) [6], el cual selecciona el nodo más cercano al nodo actual y repite este proceso hasta que se completa una ruta. Este método es apreciado por su simplicidad y rapidez, siendo una opción atractiva para la generación de soluciones iniciales. Sin embargo, su enfoque voraz puede llevar a soluciones que no sean óptimas debido a decisiones locales que no siempre resultan en la mejor solución global. Este algoritmo puede dejar nodos aislados, incrementando el costo total del recorrido. Otro ejemplo notable es la Heurística de Inserción Más Cercana (*Nearest Insertion Heuristic*) [20], que también construye rutas de manera iterativa, insertando en cada paso el nodo que minimiza el incremento de la distancia total del recorrido. A pesar de sus limitaciones, ambas heurísticas de construcción son útiles como puntos de partida efectivos para técnicas más avanzadas, como metaheurísticas y heurísticas de mejora, que buscan mejorar las soluciones iniciales obtenidas [5].

Las metaheurísticas son estrategias de alto nivel diseñadas para guiar y modificar heurísticas, escapando de los óptimos locales y explorando el espacio de soluciones de manera más efectiva [9]. Algunas de las metaheurísticas más destacadas en la optimización de rutas de vehículos incluyen [5]:

* Búsqueda Local (*Local Search*) [20]: es una técnica que implica explorar el vecindario de una solución existente en busca de mejoras. En este enfoque, se realizan pequeños cambios o modificaciones en la solución actual con el objetivo de mejorarla. Por ejemplo, en el contexto del problema de planificación de rutas de vehículos, un cambio típico podría ser intercambiar la posición de dos clientes en una ruta para reducir la distancia total recorrida por los vehículos. La búsqueda local no garantiza encontrar la mejor solución global, pero puede conducir a soluciones de alta calidad de manera eficiente. Es especialmente útil en problemas combinatorios donde la búsqueda exhaustiva no es factible debido al tamaño del espacio de búsqueda.
* Algoritmo Genético (*Genetic Algorithm*) [27, 28]: inspirado en los principios de la evolución biológica, este algoritmo utiliza operadores como la selección, el cruce y la mutación para evolucionar una población de soluciones y mejorar iterativamente su calidad. Es eficaz para problemas complejos como el VRP debido a su capacidad para explorar un amplio espacio de soluciones.
* Recocido Simulado (*Simulated Annealing*) [29]: se basa en el proceso de recocido en metalurgia. Consiste en aceptar soluciones peores con una cierta probabilidad para evitar quedarse atrapado en óptimos locales. La probabilidad de aceptar peores soluciones disminuye con el tiempo, lo que permite una exploración inicial amplia y una posterior explotación de las mejores soluciones encontradas.
* Búsqueda Tabú *(Tabu Search*) [30]: se basa en una estructura de memoria llamada lista tabú. Esta lista almacena soluciones recientes y prohíbe que el algoritmo vuelva a visitarlas durante un cierto período de tiempo, con esto se busca evitar ciclos y fomentar la exploración de nuevas áreas del espacio de soluciones.
* Enjambre de Partículas (*Particle Swarm*) [28]: basado en el comportamiento social de las aves y peces, este algoritmo optimiza un problema moviendo una población de soluciones (partículas) alrededor del espacio de soluciones de acuerdo con fórmulas matemáticas basadas en sus posiciones y velocidades.
* Colonia de Hormigas (*Ant Colony Optimization*) [31]: inspirada en el comportamiento de las hormigas en busca de alimento, este algoritmo utiliza un enfoque de búsqueda cooperativa donde las hormigas (agentes) depositan feromonas en las rutas elegidas, guiando a otras hormigas hacia soluciones prometedoras.

#### **1.3.2. Estado del arte de la optimización de rutas de vehículos**

En el ámbito de la optimización de rutas de vehículos, numerosos estudios y publicaciones han abordado la resolución de diversos problemas utilizando una amplia gama de técnicas y enfoques, como las comentadas en el epígrafe anterior.

Un ejemplo de esto es la solución al problema VRPPD planteada en el artículo titulado “Problema de ruteo de vehículos multi-objetivo con entregas y recogidas simultáneas y minimización de emisiones”. El artículo aborda la importancia del transporte en las cadenas de suministro, destacando su relevancia en términos de costos y su impacto ambiental. Se presenta un modelo VRP multi-objetivo, que considera aspectos como entregas y recogidas simultáneas, flota heterogénea, ventanas de tiempo y múltiples depósitos. Aunque se obtuvieron soluciones óptimas, se reconoce que los tiempos computacionales fueron altos debido a la complejidad del modelo, lo que sugiere la necesidad de desarrollar algoritmos aproximados. Se recomienda el uso de algoritmos híbridos que combinen métodos exactos y heurísticas, como el algoritmo de búsqueda tabú o genéticos, para mejorar las soluciones iniciales. Además, se sugiere explorar otras variantes del problema VRP como MDVRP o VRPTW [32].

Otro trabajo encontrado en la investigación sobre el estado del arte es el titulado “Una metaheurística evolutiva híbrida paralela para el Problema de Planificación de Rutas de Vehículos con Ventanas de Tiempo” de Homberger y Gehring del año 1999. Este trabajo utiliza una estrategia de evolución (1, λ) en la primera fase para minimizar el número de vehículos, y una búsqueda tabú en la segunda fase para minimizar la distancia total de viaje. La paralelización se basa en el concepto de autonomía cooperativa, donde varias soluciones secuenciales autónomas cooperan intercambiando soluciones bajo ciertas condiciones de aceptación, generando mejores soluciones para instancias grandes del problema. En la primera fase, se generan soluciones iniciales y se mejora iterativamente la solución mediante operadores de movimiento y un operador Or-opt modificado. En la segunda fase, se toma la mejor solución de la primera fase y se optimiza la distancia total de viaje utilizando operadores de movimiento y una lista tabú para evitar ciclos y mejorar la exploración del espacio de soluciones. Este enfoque híbrido y paralelo permite optimizar tanto el número de vehículos como la distancia total de viaje de manera efectiva. Los resultados obtenidos para los seis grupos de problemas indican que la metaheurística evolutiva híbrida secuencial (ES) y sus variantes paralelas (ES4 y ES4C) muestran mejoras significativas en el número total de vehículos y la distancia total recorrida [33].

En la búsqueda sobre trabajos previos también se encontró la tesis titulada “Diseño de un algoritmo metaheurístico para la solución del Problema de Ruteo de Vehículos MultiDepósito”. El algoritmo implementado consta de dos fases y utiliza múltiples vecindades. La primera fase es una heurística constructiva que genera una solución inicial, la cual es luego mejorada en la segunda fase mediante el algoritmo de Recocido Simulado. Se utilizaron 23 instancias de referencia de la literatura, logrando obtener las soluciones óptimas en más del 50% de los casos. Las conclusiones de la tesis destacan que el algoritmo propuesto pudo resolver las instancias de referencia, encontrando la mejor solución conocida en más del 60% de los casos. En cuanto a futuros trabajos, se sugiere implementar otros algoritmos metaheurísticos, como algoritmos genéticos o búsqueda tabú y abordar otras variantes del VRP con diferentes restricciones, como ventanas de tiempo o recolección y entrega [34].

Otra tesis hallada se titula “Implementación de un algoritmo heurístico de Recocido Simulado para el Problema de Enrutamiento de Vehículos con Capacidades Homogéneas”. Para abordar el CVRP, la tesis propone utilizar el algoritmo metaheurístico Recocido Simulado, utilizando tres vecindarios diferentes para mejorar la solución inicial generada aleatoriamente. La efectividad se evaluó empleando instancias conocidas de la literatura, que varían en tamaño desde 31 hasta 80 clientes. Los resultados de las pruebas mostraron que el algoritmo pudo igualar la solución óptima conocida en más del 60% de las instancias probadas, demostrando ser competitivo en comparación con otros métodos heurísticos. Se plantean varias líneas de investigación futura, como experimentar con instancias de mayor tamaño y explorar otras variantes del problema que incluyan múltiples depósitos o ventanas de tiempo [29].

Se identifica otro informe nombrado “Una implementación eficiente del algoritmo memético para TSP”. Este presenta una implementación del algoritmo memético para resolver el TSP en clústeres de computadoras, utiliza una estrategia de búsqueda local que combina características de 3-opt [36] y Lin-Kernighan [37], operando directamente sobre las permutaciones que representan los tours sin necesidad de traducirlas a conjuntos de aristas. La nueva implementación propuesta muestra una eficiencia mayor que trabajos anteriores, reduciendo los tiempos de ejecución en todas las pruebas realizadas. Se planea continuar usando arquitecturas paralelas diferentes y se considera necesario probar la implementación en instancias más grandes de TSPLIB para evaluar su desempeño en escenarios de mayor complejidad, así como lograr resolver otros tipos de problemas [35].

Para resumir los resultados de estos trabajos se presenta la Tabla 1 donde se muestra en la primera columna los informes consultados y en las siguientes los aspectos a evaluar según los resultados obtenidos en cada trabajo.

**Tabla 1:** Análisis comparativo de los trabajos estudiados del estado del arte.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Año del Trabajo - Referencia** | **Variante que resuelve** | **Obtención de soluciones óptimas en la mayoría de los casos** | **Tiempos y recursos computacionales bajos** | **Complejidad en el modelo** |
| **1999 - [33]** | VRPTW | ✔ | ✔ | ✔ |
| **2014 - [32]** | VRPPD | ✔ | X | ✔ |
| **2019 - [29]** | CVRP | ✔ | ✔ | X |
| **2021 - [34]** | MDVRP | ✔ | X | ✔ |
| **2024 - [35]** | TSP | ✔ | ✔ | ✔ |

Como se puede observar, gran parte de los trabajos lograron encontrar las soluciones óptimas en la mayoría de los casos (más del 50%), teniendo también buenos tiempos de ejecución e iterando entre modelos más o menos complejos. Sin embargo, tienen en común que resuelven una variante de VRP, proponiendo resolver otras en trabajos a futuro. Siendo este el propósito del presente trabajo; lograr la resolución de la mayoría de estas variantes, incluyendo todas las vistas en estos informes del estado del arte.

**1.3.3. Técnicas de análisis de datos para predicción**

La predicción es un proceso clave que implica el uso de datos actuales o pasados para estimar el valor de una variable desconocida en el futuro. Este proceso se encuentra en el núcleo de muchas disciplinas, desde la estadística y el análisis de datos hasta el aprendizaje automático y la inteligencia artificial. En términos sencillos, la predicción permite realizar estimaciones fundamentadas sobre eventos futuros, basándose en patrones, tendencias y comportamientos identificados en datos históricos.

El objetivo de la predicción es desarrollar modelos matemáticos o computacionales que, al recibir un conjunto de datos de entrada, generen estimaciones sobre eventos o resultados que aún no han ocurrido. Estos modelos se entrenan utilizando datos previos para identificar patrones o relaciones entre variables, que luego se extrapolan para anticipar situaciones futuras.

En el ámbito de la ciencia de datos, la predicción se aplica de manera extensa en diversas áreas, tales como la estimación del comportamiento del consumidor, la previsión de la demanda de productos, el pronóstico de resultados financieros, y la predicción de eventos complejos como el clima o la propagación de enfermedades. Para crear estos modelos predictivos, se utilizan herramientas de análisis estadístico y algoritmos de *machine learning*, los cuales entrenan modelos con datos históricos y luego los aplican a nuevos conjuntos de datos para hacer predicciones.

Dentro de las técnicas y herramientas más comunes para realizar predicciones se encuentran:

* Regresión lineal: una técnica fundamental en la predicción que asume una relación lineal entre las variables independientes y la variable dependiente. Es útil para predecir valores continuos, como la demanda de productos o el precio de un bien.
* Árboles de decisión: utilizados para problemas de clasificación y regresión, los árboles de decisión descomponen un problema en una serie de decisiones jerárquicas. Cada decisión se basa en características específicas de los datos, facilitando la interpretación de los resultados.
* Redes neuronales: en su forma más avanzada, las redes neuronales profundas (*Deep Learning*) son capaces de modelar relaciones complejas entre grandes volúmenes de datos. Estas redes son especialmente útiles para tareas como el análisis de series temporales o el procesamiento de datos no estructurados, como imágenes y texto.
* Redes bayesianas: modelos probabilísticos que permiten realizar predicciones en escenarios donde los datos presentan incertidumbre o relaciones condicionales complejas. Son ampliamente utilizadas en diagnósticos médicos, pronósticos de fallos en sistemas, y en la evaluación de riesgos.
* Bosques de decisión (o *Random Forest*): son una técnica de aprendizaje automático que ha ganado una gran popularidad debido a su capacidad para ofrecer resultados precisos y eficientes en una variedad de problemas de predicción. Un bosque de decisión es un conjunto de árboles de decisión individuales que trabajan en conjunto para mejorar la exactitud y la robustez de las predicciones. Cada árbol en el bosque toma decisiones basadas en diferentes subconjuntos de los datos y características, y el resultado final se obtiene a través de un proceso de votación o promediado entre todos los árboles. Son altamente precisos, resistentes al sobreajuste y pueden manejar grandes volúmenes de datos sin perder efectividad. Además, son capaces de identificar la importancia de las características, requieren menos recursos computacionales en comparación con otros métodos complejos, y pueden gestionar datos faltantes sin comprometer la precisión. Su versatilidad, capacidad para abordar tanto problemas de clasificación como de regresión y facilidad de interpretación los hace especialmente útiles en una amplia gama de aplicaciones.

Estas técnicas se emplean en conjunto con diversas herramientas de análisis de datos, que permiten abordar una amplia gama de problemas y predicciones con alta precisión, mejorando así la toma de decisiones en múltiples dominios.

### **1.4.** **Herramientas de optimización**

En el mundo actual, donde la eficiencia y la optimización son esenciales en una amplia gama de aplicaciones, las herramientas o bibliotecas de optimización desempeñan un papel crucial. Estas herramientas permiten a los investigadores, ingenieros y profesionales de diversas disciplinas resolver problemas complejos de manera más rápida y eficiente, encontrando soluciones óptimas o lo suficientemente buenas. Además, ofrecen una amplia gama de algoritmos y métodos, como programación lineal, programación entera, programación no lineal, programación cuadrática, algoritmos genéticos, optimización basada en heurísticas y metaheurísticas, entre otros. Los usuarios pueden formular sus problemas de optimización en términos matemáticos y resolverlos de manera eficiente utilizando algoritmos avanzados. A continuación, se presentan algunos ejemplos de estas herramientas [38].

#### **1.4.1. Xpress**

Xpress, desarrollado por FICO, es una poderosa herramienta de optimización diseñada para resolver una amplia variedad de problemas en áreas industriales y académicas. Los algoritmos que ofrece son de alto rendimiento y se adaptan a diferentes tipos de problemas de optimización. Además, se integra fácilmente con sistemas y lenguajes de programación como Python, C, C++, C#, y Java, lo que permite su uso en diversos entornos y aplicaciones. Sin embargo, puede resultar costoso para usuarios con presupuestos limitados y tiene una curva de aprendizaje compleja. En la optimización de rutas de vehículos, Xpress permite modelar y resolver variantes del VRP, aunque su adquisición y uso implican costos, a diferencia de algunas bibliotecas gratuitas y de código abierto. Xpress ofrece varios tipos de distancia como Euclidean, Manhattan, Chebyshev yla **Geodésica** para la resolución de variantes VRP como CVRP, VRPPD, HVRP, VRPTW, MVRP, FCVRP, SVRP, MDVRP, PVRP, LVRP y RVRP [50]. La documentación disponible de esta herramienta es exhaustiva y proporciona soporte técnico, pero su base de usuarios es más pequeña comparada con herramientas de código abierto [10].

#### **1.4.2. PuLP**

PuLP es una biblioteca de optimización de código abierto en Python que ofrece una interfaz fácil de usar para formular y resolver problemas de optimización lineal, entera y mixta. Su popularidad entre científicos de datos, ingenieros y profesionales de optimización se debe a su flexibilidad y simplicidad. Esta herramienta se integra perfectamente con Python y utiliza una sintaxis clara y sencilla. PuLP es lo suficientemente flexible para manejar diversos problemas de optimización y cuenta con documentación detallada y una comunidad activa que comparte recursos y soluciones. Como biblioteca de código abierto, es gratuita para usar y modificar, sin embargo, puede tener un rendimiento inferior comparado con solvers de alto rendimiento, especialmente en problemas grandes o complejos. Para mejorar el rendimiento de los algoritmos, PuLP puede utilizar solvers externos como Xpress. Aunque permite modelar problemas VRP y la resolución efectiva de estos depende de la integración con los solvers. Se pueden configurar diferentes tipos de distancia como Euclidean, Manhattan y Chebyshevpara la resolución de las variantes VRP mencionadas en Xpress [11].

#### **1.4.3. SciPy**

SciPy es una biblioteca de código abierto en Python que proporciona algoritmos y funcionalidades para realizar cálculos científicos y matemáticos. La biblioteca se encarga de la resolución de problemas poco complejos de forma general, no contiene módulos especializados para resolver problemas de optimización de rutas, es decir, carece de los algoritmos necesarios para abordar la complejidad de estos problemas. SciPy está construida sobre NumPy, otra biblioteca popular en Python para computación numérica. Sus usos fundamentales están en el área de la física, ingeniería, ciencias de datos y optimización. Los módulos que brinda están dedicados a la optimización, como `scipy.optimize`, que ofrece una variedad de algoritmos para resolver problemas de optimización no lineal, minimización de funciones y ajuste de curvas. Sin embargo, puede no ser tan eficiente en términos de rendimiento como otras bibliotecas. En su módulo `scipy.spatial.distance` ofrece varios tipos de distancia como Euclidean, Manhattan, Chebyshev, Minkowski, entre otras. Su documentación es amplia y compleja cubriendo diversos campos como álgebra lineal, estadísticas y procesamiento de señales, además del módulo de optimización. Aunque es popular y cuenta con una gran comunidad de usuarios y desarrolladores, algunas partes de la biblioteca pueden resultar difíciles de entender y utilizar, especialmente para usuarios principiantes. SciPy tiene varias dependencias, incluida NumPy [40], que deben instalarse correctamente para su funcionamiento. La gestión de estas dependencias puede ser un desafío, especialmente al configurar el entorno de desarrollo en nuevas máquinas o sistemas. Scipy es útil principalmente para calcular matrices de distancia entre ubicaciones (usando funciones como pdist o cdist), que son esenciales para la formulación de restricciones de distancia en modelos de VRP. Para resolver problemas de VRP específicos, generalmente se usan bibliotecas de optimización especializadas en estos problemas [12].

#### **1.4.4. BHCVRP**

La Biblioteca de Heurísticas de Construcción para Problemas de Planificación de Rutas de Vehículos está desarrollada en el lenguaje de programación Java y se está desarrollando una versión en Python que ofrece un buen rendimiento. BHCVRP brinda la adaptación de siete heurísticas de construcción clásicas de la literatura, como son el Algoritmo de Barrido, el Algoritmo de Ahorros en su versión paralela y secuencial, la Heurística del Vecino más Cercano con Lista de Candidatos Restringidos, la Heurística de Mole & Jameson, la Heurística de Inserción de Christofides, Mingozzi y Toth (CMT) y un método aleatorio. Además, ofrece cuatro tipos de distancia (Euclidean, Manhattan, Haversine, Chebyshev) para el cáculo de la distancia en la resolución de variantes VRP como CVRP, HFVRP, MDVRP y TTRP [50]. A pesar de resolver algunos de los problemas de optimización de rutas utilizando heurísticas de construcción, no implementa metaheurísticas. Esto puede ser una desventaja al no abarcar todas las posibles técnicas para encontrar la solución óptima, mejorar la solución inicial y evitar quedarse en óptimos locales, teniendo en cuenta que las metaheurísticas presentan más posibilidades de lograr esto. Por otra parte, no existe una documentación detallada ni una gran comunidad de desarrolladores, además depende del componente BHAVRP para resolver la variante MDVRP [49].

#### **1.4.6. OR-Tools**

Google OR-Tools es una biblioteca de optimización completamente gratuita y de código abierto desarrollada por Google, diseñada para resolver una amplia gama de problemas de optimización combinatoria, incluidos los problemas de optimización de rutas de vehículos. Escrito principalmente en C++, OR-Tools también proporciona interfaces para varios lenguajes de programación como Python, C# y Java. Esta herramienta ofrece una variedad de algoritmos para problemas de programación lineal [41], programación entera [42], programación lineal entera mixta [43], entre otros. Es reconocida por su potencia y flexibilidad en la resolución de problemas de optimización en industrias como la logística y el transporte, gracias a su eficiencia y capacidad para manejar problemas de gran escala. Se destaca por su alto rendimiento, permitiendo resolver problemas complejos en tiempos razonables, y por su diversidad de algoritmos que facilitan a los usuarios elegir la mejor opción para su tarea específica. OR-Tools proporciona documentación detallada, ejemplos de uso y cuenta con una comunidad activa de usuarios que comparten conocimientos y experiencias. La biblioteca ofrece 2 tipos de distancia (Euclidean, Manhattan) para resolver el TSP y variantes VRP como CVRP, VRPTW, MDVRP, VRPPD [50] y diferentes variantes de VRPTW con restricciones adicionales como tiempos de descanso, entre otros. OR-Tools permite definir rutas iniciales para guiar la búsqueda de soluciones, aprovechando conocimientos previos basados en datos históricos o restricciones operativas. Estas rutas, representadas como secuencias de nodos a visitar por cada vehículo, sirven como punto de partida para el *solver*, acelerando la convergencia hacia soluciones óptimas o cercanas a la óptima. Aunque no es necesario que sean soluciones óptimas, el algoritmo las ajusta y optimiza durante el proceso. OR-Tools destaca por su flexibilidad y eficacia en la resolución de problemas de planificación y logística, siendo una herramienta robusta tanto para investigación académica como para aplicaciones industriales [13].

#### **1.4.6. Comparación entre las herramientas**

A modo de resumen sobre las ventajas y desventajas de estas herramientas, se presenta la Tabla 2 para una mejor comprensión. Esta tabla está confeccionada con los aspectos más importantes a considerar, con el objetivo de seleccionar la herramienta más adecuada para la investigación.

**Tabla 2:** Comparación entre las herramientas de optimización.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Herra**  **mienta** | **Gratuita** | **Resuelve problemas VRP por si sola** | **Implementa metaheurísticas** | **Buen rendimiento en problemas complejos** | **No depende de otras herramien**  **tas** | **Gran comunidad y documen**  **tación detallada** |
| **Xpress** | X | ✔ | ✔ | ✔ | ✔ | X |
| **PuLP** | ✔ | X | X | X | X | ✔ |
| **SciPy** | ✔ | X | X | X | X | ✔ |
| **BHCVRP** | ✔ | ✔ | X | ✔ | X | X |
| **OR-Tools** | ✔ | ✔ | ✔ | ✔ | ✔ | ✔ |

Todas resuelven la variante MDVRP, excepto SciPy, que no está diseñado para resolver problemas VRP. Cada una considera diferentes restricciones que se detallan en la Tabla 3 .

**Tabla 3:** Comparación de la configuración de restricciones para MDVRP en las herramientas de optimización.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Biblioteca** | **Distancia máxima de la ruta** | **Capacidad máxima de los vehículos** | **Demandas de los clientes** |
| **Xpress** | ✔ | ✔ | ✔ |
| **PuLP** | ✔ | ✔ | ✔ |
| **BHCVRP** | X | ✔ | ✔ |
| **OR-Tools** | ✔ | X | X |

Debido a las consideraciones expuestas, donde se analizan tanto ventajas como desventajas en las herramientas disponibles, se puede concluir que OR-Tools es la mejor opción. Esta biblioteca no solo es gratuita y de código abierto, sino que también ofrece algoritmos especializados en optimización de rutas de vehículos, con funcionalidades avanzadas y un alto rendimiento en problemas complejos. Además, la ausencia de dependencias adicionales, la gran comunidad de usuarios y la detallada documentación que presenta, hacen de OR-Tools una herramienta robusta. Esta herramienta logra solucionar todos los problemas planteados en los trabajos previos de la sección anterior, y no solo uno en específico, cumpliendo así con las recomendaciones que se planteaban en esos informes, aunque en la variante MDVRP no presenta restricciones que el resto de herramientas si toma en cuenta como se muestra en la Tabla 3.

Sin embargo, en la búsqueda realizada en plataformas como ResearchGate [44], Google Scholar [45], SciELO [46] y el motor de búsqueda de Google, no se encontraron informes que proporcionaran una guía que refleje las fortalezas y debilidades que presenta la biblioteca en el contexto de la optimización de rutas de vehículos. Específicamente, un informe que indique en qué problemas VRP es adecuado utilizar OR-Tools y en cuáles no, considerando diversos factores como las restricciones específicas de cada problema, el tamaño de las instancias, la complejidad de los escenarios, el tiempo requerido para la ejecución de los algoritmos y la calidad de las soluciones obtenidas. Este análisis es crucial para maximizar el aprovechamiento de la biblioteca en la resolución de problemas optimización de rutas.

### **1.5. Biblioteca OR-Tools**

La biblioteca OR-Tools (*Operations Research Tools*) de Google implementa varias arquitecturas, principios y patrones de diseño para proporcionar una plataforma robusta y extensible para la optimización de problemas combinatorios, en esta sección se profundiza en esos aspectos [13].

#### **1.5.1. Arquitectura**

Arquitectura Modular: está diseñada de manera modular, lo que permite a los usuarios utilizar solo los componentes necesarios para su problema específico. Los módulos principales incluyen la planificación de rutas de vehículos (VRP), la programación lineal y mixta, la programación de restricciones (CP), y la optimización de flujo de redes, entre otros [13].

1. **Solver**: el corazón de OR-Tools es el solver, que se encarga de resolver los problemas de optimización. Existen diferentes solvers para distintos tipos de problemas:
   * Linear Solver: para problemas de programación lineal (LP) y programación lineal entera mixta (MILP).
   * Constraint Solver: para problemas de programación de restricciones (CP).
   * Routing Solver: específicamente diseñado para problemas de planificación de rutas de vehículos como el VRP.
2. **Model Builder:** es responsable de la creación y gestión de los modelos de optimización. Permite a los usuarios definir variables de decisión, restricciones y funciones objetivo de manera estructurada y abstracta.
3. **Search Strategies**: OR-Tools implementa diversas estrategias de búsqueda y heurísticas para encontrar soluciones iniciales y mejorar las soluciones existentes. Algunas de estas incluyen:
   * First Solution Strategies: estrategias para encontrar soluciones iniciales, como las heurísticas PATH\_CHEAPEST\_ARC, SAVINGS, SWEEP, entre otras.
   * Local Search Metaheuristics: metaheurísticas para mejorar soluciones, como Guided Local Search, Simulated Annealing, entre otras.

**Abstracción y Encapsulación**: utiliza capas de abstracción para separar la lógica de alto nivel de la implementación de bajo nivel. Esto permite que los usuarios trabajen con modelos matemáticos sin preocuparse por los detalles de implementación.

1. **Modelo de Datos:** utiliza un modelo de datos abstracto para representar problemas de optimización. Esto incluye:
   * Variables de Decisión: representan las decisiones que se deben tomar (rutas de vehículos, asignación de recursos).
   * Restricciones: reglas que las soluciones deben cumplir (capacidad de vehículos, tiempos de entrega).
   * Función Objetivo: la función que se desea optimizar (minimizar la distancia total recorrida).
2. **Gestor de Índices**: el gestor de índices abstrae los detalles del mapeo entre los índices de los nodos y las variables del modelo. Esto es particularmente útil en problemas de planificación de rutas de vehículos, donde facilita la conversión entre los índices internos del solver y los nodos del problema.

Interfaz Común: proporciona una interfaz común para diferentes tipos de problemas de optimización. Esto significa que los mismos conceptos y patrones pueden ser aplicados a distintos tipos de problemas, facilitando la curva de aprendizaje.

#### **1.5.2. Patrones y principios de diseño**

Los principios y patrones de diseño son fundamentales para desarrollar sistemas de software eficientes y mantenibles [47, 48].

Los principios de diseño, como SOLID, establecen pautas generales que ayudan a los desarrolladores a crear código limpio y estructurado. Estos principios promueven la cohesión, el acoplamiento débil y la flexibilidad en el diseño de software. OR-Tools implementa los siguientes principios [47]:

* Principio de Responsabilidad Única (*Single Responsibility Principle*): OR-Tools proporciona una serie de módulos y clases que están diseñados para cumplir una función específica en el proceso de resolución de problemas de optimización. Por ejemplo, contiene módulos para representar problemas de planificación de rutas de vehículos, problemas de programación lineal, entre otros. Cada uno de estos módulos tiene una responsabilidad única y claramente definida en el proceso general de resolución del problema.
* Principio de Abierto/Cerrado (*Open/Closed Principle*): OR-Tools está diseñado para ser una biblioteca extensible que permite a los usuarios agregar nuevas funcionalidades o adaptar las existentes sin necesidad de modificar el código fuente original. Esto se logra mediante una arquitectura bien definida que utiliza interfaces y patrones de diseño, lo que facilita la extensión de la funcionalidad sin modificar el código existente.
* Principio de Inversión de Dependencia (*Dependency Inversion Principle*): OR-Tools utiliza una arquitectura que permite la inyección de dependencias y el desacoplamiento de componentes. Esto significa que los módulos y clases están diseñados para depender de abstracciones en lugar de implementaciones concretas. Por ejemplo, los algoritmos de búsqueda local pueden ser intercambiados fácilmente sin modificar el código cliente, lo que permite una mayor flexibilidad y extensibilidad.
* Principio de Substitución de Liskov (*Liskov Substitution Principle)*: la arquitectura de OR-Tools permite que las clases derivadas sean sustituibles por sus clases base sin afectar el comportamiento del programa. Esto significa que los algoritmos de resolución y las estructuras de datos proporcionadas por OR-Tools pueden ser utilizados de manera intercambiable en el código cliente, lo que facilita la composición y la reutilización de código.

Por otro lado, los patrones de diseño son soluciones probadas para problemas comunes en el diseño de software. Ofrecen estructuras y mecanismos reutilizables que permiten a los desarrolladores resolver problemas de diseño específicos de manera eficiente como: la creación de objetos, la composición de clases y la comunicación entre objetos. OR-Tools implementa los siguientes patrones [48]:

1. Patrón Fábrica (*Factory Pattern)*: utilizado para crear instancias de modelos de optimización y otras estructuras de datos. Por ejemplo, la creación de variables de decisión y restricciones en la programación de restricciones.
2. Patrón Estrategia (*Strategy Pattern*): permite seleccionar entre diferentes algoritmos de búsqueda y metaheurísticas en tiempo de ejecución. Los usuarios pueden elegir estrategias de solución inicial y metaheurísticas según las necesidades del problema.
3. Patrón Singleton *(Singleton Pattern*): utilizado en componentes que deben tener una única instancia global, como la configuración global del solver o ciertos gestores de recursos.
4. Patrón Observador (*Observer Pattern*): implementado para notificar a los componentes sobre cambios en el estado del problema o en las soluciones durante el proceso de búsqueda.
5. Patrón Constructor (*Builder Pattern*): utilizado para construir instancias complejas de modelos de optimización de manera paso a paso, facilitando la configuración y personalización.

### **1.6. Conclusiones parciales**

En este capítulo se proporcionó un análisis exhaustivo de la historia, los conceptos fundamentales y los antecedentes de la optimización de rutas.

* Existen distintas formas de resolver los problemas de optimización de rutas de vehículos como métodos exactos, heurísticas y metaheurísticas.
* La optimización de rutas de vehículos es importante en una variedad de aplicaciones prácticas (logística, transporte, distribución y planificación de rutas de entrega) porque logra disminuir los costos y el uso eficiente de los recursos, al contrario de los resultados de realizar la planificación de forma manual.
* Existen diversos enfoques y técnicas utilizadas en trabajos anteriores para resolver estos problemas con el uso de algoritmos heurísticos y metaheurísticas.
* OR-Tools ofrece flexibilidad para ajustar modelos según necesidades específicas, una amplia documentación que facilita su implementación y emplea técnicas avanzadas para encontrar soluciones óptimas o cercanas a la óptima, lo que lo convierte en una herramienta poderosa para resolver problemas de planificación de rutas de vehículos.
* Es fundamental disponer de una guía que explore las ventajas y desventajas de la biblioteca OR-Tools en el contexto de la optimización de rutas de vehículos.
* OR-Tools implementa una arquitectura modular, así como diversos patrones y principios de diseño fundamentales para la creación de sistemas eficientes, robustos y mantenibles.

## **Capítulo 2: Resolución de los VRP con OR-Tools**

### **2.1. Introducción**

Este capítulo aborda la implementación de técnicas de optimización para resolver problemas de planificación de rutas de vehículos, utilizando la biblioteca OR-Tools.

Se presentan las heurísticas y metaheurísticas disponibles en la biblioteca, así como un diagrama de flujo del proceso de resolución descrito detalladamente. Además, se muestra un diagrama de clases donde se reflejan los paquetes implementados y la relación entre ellos. Se describen los patrones de diseño utilizados en la implementación de la solución para facilitar la adaptabilidad, flexibilidad y extensibilidad. Por último, se evalúa la eficacia de las técnicas que ofrece OR-Tools en diversas instancias de los problemas y se proporcionan recomendaciones sobre su aplicación.

### **2.2. Heurísticas y metaheurísticas en OR-Tools**

En el campo de la optimización, las heurísticas y metaheurísticas son métodos aproximados que juegan un papel crucial al proporcionar soluciones eficientes a problemas complejos que son difíciles de resolver de manera exacta en un tiempo razonable. OR-Tools, la potente biblioteca de optimización de Google mencionada en el capítulo anterior, incorpora una amplia gama de estas técnicas para abordar problemas de optimización combinatoria como problemas de optimización de rutas de vehículos [9].

En este epígrafe, se exploran las diversas heurísticas y metaheurísticas que están integradas en OR-Tools para proporcionar soluciones eficientes a los problemas de optimización de rutas de vehículos, adaptándose a diferentes escenarios y restricciones específicas.

#### **2.2.1. Heurísticas**

Las heurísticas son estrategias que buscan soluciones factibles rápidamente, aunque no necesariamente óptimas [3]. OR-Tools implementa varias heurísticas deterministas que se utilizan como puntos de partida para mejorar la eficiencia de las soluciones, por ejemplo:

* PATH\_CHEAPEST\_ARC (PCA): esta heurística inicia una ruta desde un nodo de inicio y lo conecta al nodo que produce el segmento de ruta más barato. Posteriormente, extiende la ruta iterando sobre el último nodo añadido, siempre eligiendo la conexión más económica. Es una técnica de adición de caminos que busca minimizar el costo de cada segmento de la ruta en cada paso.
* PATH\_MOST\_CONSTRAINED\_ARC (PMCA): similar a PATH\_CHEAPEST\_ARC, pero esta heurística favorece los arcos más restringidos primero. Utiliza un selector basado en comparaciones que evalúa las restricciones de los arcos, priorizando aquellos con mayores restricciones.
* EVALUATOR\_STRATEGY (ES): esta estrategia también se basa en la extensión de la ruta con el arco más barato, pero utiliza una función evaluadora específica para calcular los costos de los arcos. La función evaluadora permite una evaluación personalizada de los costos según el modelo de enrutamiento.
* SAVINGS (SV): el algoritmo de ahorro de Clarke & Wright combina rutas para reducir el costo total. Inicia con cada cliente como una ruta individual y luego combina las rutas que resultan en los mayores "ahorros" de costo, es decir, la mayor reducción en la distancia total recorrida al unir dos rutas en lugar de mantenerlas separadas.
* SWEEP (SW): el algoritmo de barrido ordena los nodos según su ángulo polar alrededor del depósito central. Una vez ordenados, construye rutas en secuencia, asignando los nodos cercanos en el orden de su ángulo polar. Este enfoque es especialmente útil para problemas con nodos distribuidos radialmente alrededor de un punto central.
* CHRISTOFIDES (CH): utiliza una variante del algoritmo de Christofides [20], que originalmente se diseñó para el Problema del Vendedor Viajero (TSP) métrico. En el contexto de problemas de planificación de rutas de vehículos, OR-Tools extiende una ruta inicial hasta que no se pueden insertar más nodos. A diferencia del algoritmo clásico de Christofides que garantiza un factor de aproximación de 3/2 para el TSP métrico, la variante de OR-Tools emplea una coincidencia máxima en lugar de una coincidencia mínima, lo que no asegura ese factor de aproximación pero permite su aplicación en modelos de planificación de rutas de vehículos más generales, donde se pueden tener restricciones adicionales o diferentes tipos de nodos y costos asociados.
* ALL\_UNPERFORMED (AU): esta heurística desactiva todos los nodos inicialmente y busca una solución donde los nodos son opcionales, es decir, pueden ser atendidos o no según las restricciones de problema. Es útil en situaciones donde no todos los nodos deben ser necesariamente visitados. Esto se aplica típicamente cuando algunos clientes tienen restricciones específicas de disponibilidad o preferencia, o cuando se desea minimizar el número total de nodos visitados mientras se optimiza otra métrica como el costo total o la distancia recorrida.
* BEST\_INSERTION (BI): construye una solución iterativamente insertando el nodo más barato en su posición más barata. La elección del nodo y su posición se basa en la función de costo global del modelo de planificación de rutas de vehículos. Este método es efectivo en modelos con nodos opcionales que tienen costos de penalización finitos.
* PARALLEL\_CHEAPEST\_INSERTION (PCI): similar a BEST\_INSERTION, pero en lugar de considerar solo la función de costo global, se basa en los costos de los arcos para insertar el nodo más barato en su posición más económica. Es más rápido que BEST\_INSERTION debido a su enfoque paralelo.
* SEQUENTIAL\_CHEAPEST\_INSERTION (SCI): construye soluciones de manera secuencial, creando rutas una por una. Para cada ruta, inserta el nodo más barato en su posición más económica hasta completar la ruta. Utiliza los costos de los arcos para determinar la mejor posición de inserción, siendo más rápido que PARALLEL\_CHEAPEST\_INSERTION.
* LOCAL\_CHEAPEST\_INSERTION (LCI): inserta nodos iterativamente en su posición más barata considerando la distancia. Los nodos se seleccionan en orden decreciente de distancia al inicio o final de las rutas, insertando primero los nodos más lejanos. Este enfoque es rápido y se enfoca en minimizar las distancias locales.
* LOCAL\_CHEAPEST\_COST\_INSERTION (LCCI): similar a LOCAL\_CHEAPEST\_INSERTION, pero la inserción se basa en la función de costo del modelo de planificación de rutas de vehículos en lugar de solo los costos de los arcos. Esto permite una evaluación más completa de los costos al decidir dónde insertar cada nodo.
* GLOBAL\_CHEAPEST\_ARC (GCA): conecta iterativamente los dos nodos que producen el segmento de ruta más barato en cada paso. Es una heurística basada en variables que se enfoca en minimizar el costo global de la ruta seleccionando siempre el arco más económico disponible.
* LOCAL\_CHEAPEST\_ARC (LCA): selecciona el primer nodo con un sucesor no asignado y lo conecta al nodo que produce el segmento de ruta más barato. Este enfoque simple y local asegura que cada paso minimice el costo del segmento de ruta inmediatamente siguiente.
* FIRST\_UNBOUND\_MIN\_VALUE (FUMV): selecciona el primer nodo con un sucesor no asignado y lo conecta al primer nodo disponible. Combina las estrategias CHOOSE\_FIRST\_UNBOUND y ASSIGN\_MIN\_VALUE, asignando valores mínimos en cada paso para construir una solución inicial rápidamente.

#### **2.2.2. Metaheurísticas**

Las metaheurísticas son técnicas de búsqueda de alto nivel que guían otras heurísticas para explorar el espacio de soluciones de manera más efectiva, buscando soluciones óptimas o casi óptimas [9]. OR-Tools implementa varias metaheurísticas robustas como:

* GREEDY\_DESCENT (GD): esta metaheurística determinista acepta vecinos de búsqueda local que mejoran (reducen el costo) iterativamente hasta alcanzar un mínimo local. Cada paso de la búsqueda local selecciona la solución adyacente que ofrece la mayor reducción en el costo, continuando este proceso hasta que no se puedan encontrar otras mejoras inmediatas.
* GUIDED\_LOCAL\_SEARCH (GLS): utiliza la búsqueda local guiada para escapar de los mínimos locales. Introduce penalizaciones dinámicas para ciertas características de la solución, guiando la búsqueda hacia áreas menos exploradas del espacio de soluciones. Esta técnica no determinista es especialmente eficiente para problemas de planificación de rutas de vehículos, ya que ayuda a evitar que la búsqueda se estanque en soluciones que no sean óptimas.
* SIMULATED\_ANNEALING (SA): emplea el recocido simulado para escapar de los mínimos locales. Este método no determinista simula el proceso de enfriamiento de un metal, permitiendo movimientos a soluciones peores con una probabilidad que disminuye con el tiempo. Esto permite explorar soluciones que no sean óptimas inicialmente para evitar caer en mínimos locales, buscando así una mejor solución global.
* TABU\_SEARCH (TS): utiliza la búsqueda tabú para escapar de los mínimos locales. Este algoritmo no determinista utiliza una lista de movimientos prohibidos (tabú) para evitar ciclos y fomentar la exploración de nuevas áreas del espacio de soluciones. Los movimientos recientes se agregan a esta lista, evitando que la búsqueda vuelva a soluciones recientemente exploradas, lo que facilita la búsqueda de soluciones mejores.
* GENERIC\_TABU\_SEARCH (GTS): aplica la búsqueda tabú sobre una lista específica de variables para escapar de los mínimos locales. La lista de variables a utilizar permite una mayor flexibilidad en la aplicación de la búsqueda tabú, enfocándose en variables específicas que pueden influir significativamente en la calidad de la solución. Es un algoritmo no determinista.

### **2.3. Estructura del proyecto**

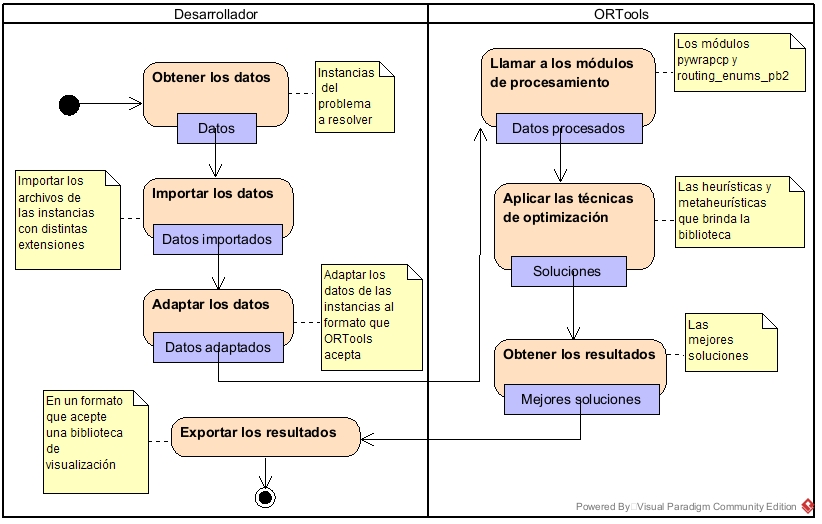
Esta sección abarca la estructura del proyecto, proporcionando un análisis detallado de las tareas realizadas de acuerdo con el flujo general del procedimiento, y una representación exhaustiva de las clases y métodos utilizados en la solución propuesta. Se explica el funcionamiento de cada uno de los módulos o paquetes del proyecto y sus métodos internos, así como las relaciones existentes entre ellos.

#### **2.3.1. Flujo general**

Para la resolución de los problemas de planificación de rutas de vehículos utilizando OR-Tools, se siguen una serie de pasos estructurados. Estos pasos van desde la obtención de los datos de las instancias de cada problema hasta la devolución de los resultados en una estructura legible y fácil de adaptar para su visualización con otras herramientas. Los pasos son:

1. **Obtención de datos:** se adquieren los datos de las instancias del problema que se va a resolver desde archivos con extensión .txt. Estos datos suelen contener información sobre las ubicaciones de los nodos, las demandas de los clientes, las capacidades de los vehículos, las ventanas de tiempo en cada nodo, entre otros, dependiendo del tipo de problema.
2. **Importación y adaptación de datos:** los datos obtenidos se importan en el entorno de desarrollo y se adaptan a la estructura que requiere la biblioteca OR-Tools para el procesamiento eficiente de las instancias. En este caso es un diccionario con claves como “*demands*” (las demandas de los clientes), “*locations*” (coordenadas X y Y de los nodos), “*vehicles\_capacities*” (capacidades de los vehículos), entre otros.
3. **Llamada a módulos de procesamiento:** se utilizan los módulos “*routing\_enums\_pb2*” y “*pywrapcp*” de “*constraint\_solver*” en el procesamiento de los datos necesarios para resolver el problema. El módulo “*routing\_enums\_pb2*” es un enumerado que contiene todas las metaheurísticas y heurísticas que ofrece la biblioteca. Mientras que “*pywrapcp*” se encarga de la definición del modelo de planificación de rutas de vehículos, la configuración de los parámetros de búsqueda y la gestión de las soluciones encontradas.
4. **Aplicar las técnicas de optimización:** se aplican las heurísticas y metaheurísticas seleccionadas para la resolución del problema. Como primera estrategia de solución se escoge una heurística de las que brinda OR-Tools y luego una metaheurística para mejorar la solución obtenida.
5. **Obtención de soluciones:** mediante el uso de las metaheurísticas y heurísticas implementadas en la biblioteca, se procesan los datos de las instancias para encontrar soluciones óptimas o cercanas a la óptima según el objetivo definido (minimizar costos, tiempo, distancia).
6. **Exportación de los resultados:** una vez obtenidas las soluciones, se devuelven en una estructura adecuada que permita su fácil interpretación y visualización. Esta estructura es un archivo con extensión .txt que contiene datos como las rutas obtenidas, la distancia recorrida por cada ruta, la distancia total del recorrido y el resultado de la función objetivo.

En la Ilustración 3 se muestra el flujo completo de la resolución de problemas de planificación de rutas vehículos con OR-Tools, teniendo en cuenta todos los puntos mencionados anteriormente.



**Ilustración 3:** Diagrama de actividades del proceso de resolución de los problemas de optimización de rutas de vehículos con OR-Tools.

#### **2.3.2. Diagrama de clases de la solución**

Para la realización de la solución propuesta, se implementaron diversas clases, paquetes y métodos que trabajan en conjunto para asegurar su correcto funcionamiento e interactuar con la biblioteca OR-Tools. A continuación, se explica detalladamente el funcionamiento de cada elemento.

**LoadData**: es el paquete encargado de manejar y procesar todos los datos de cada uno de los problemas abordados.

* **InstanceType**: es una clase que hereda de la clase de Python llamada Enum. Contiene un enumerado de los tipos de instancias para ejecutar cada problema de planificación de rutas de vehículos. Esta clase contiene un método que recibe como argumento el tipo de instancia que se quiere cargar y devuelve los datos procesados.
* **ImportData**: se encarga de leer cada tipo de instancia utilizando métodos específicos para cada una. Devuelve los datos de la instancia procesados y adaptados a la estructura correcta que acepta la biblioteca OR-Tools.

**Problems**: es el paquete encargado de manejar cada uno de los problemas de planificación de rutas de vehículos.

* **ProblemType**: es una clase que hereda de la clase de Python llamada Enum. Contiene un enumerado de todos los problemas abordados (TSP, CVRP, VRPTW, MDVRP, VRPPD). Presenta un método que recibe como parámetro el tipo de problema que se desea ejecutar y devuelve los resultados.
* **TSP, VRPPD, VRPTW, MDVRP, CVRP**: módulos encargados de manejar su problema. Contienen una función que llama a un método de **InstanceType** para obtener los datos de la instancia a resolver para cada problema. La función resuelve el problema teniendo en cuenta sus restricciones y datos específicos. Llama a los módulos de OR-Tools para implementar las técnicas de optimización. La solución obtenida se le pasa como argumento a otra función para guardar los resultados en un archivo .txt.

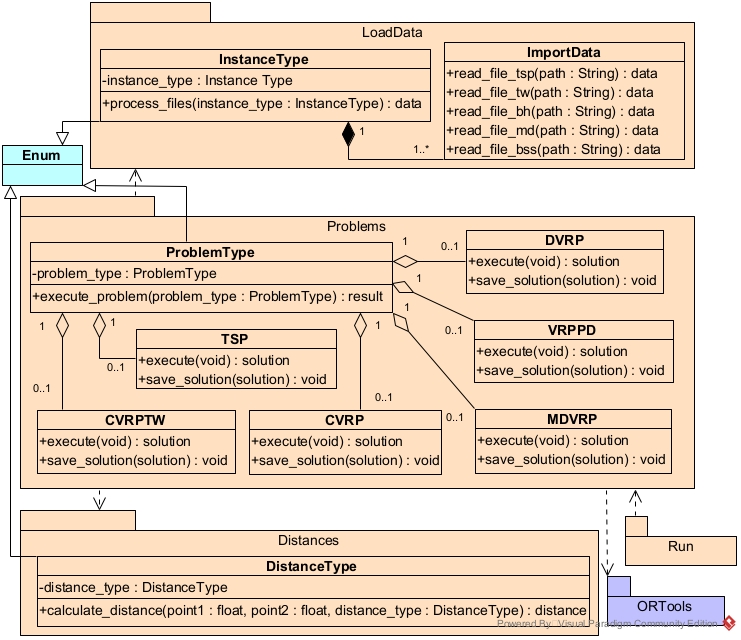
**Distances**: paquete encargado de manejar los tipos de distancia a calcular para la resolución de los problemas.

* **DistanceType**: es una clase que hereda de la clase de Python llamada Enum. Contiene un enumerado de todos los tipos de distancia abordados (Euclidean, Manhattan, Haversine, Chebyshev). Implementa un método al que se le pasa el tipo de distancia que se quiere calcular y este devuelve el resultado.

**OR-Tools**: biblioteca que contiene todos los módulos requeridos para resolver los problemas de optimización de rutas de vehículos (*constraint\_solver* y *routing\_enums\_pb2*).

**Run**: clase encargada de llamar a la función para resolver la variante VRP pasándole como parámetro el problema que se desea resolver.

Con el propósito de comprender mejor lo mencionado anteriormente, se presenta en la Ilustración 4 el diagrama de clases utilizado para resolver las variantes VRP utilizando la biblioteca OR-Tools. En el diagrama, los paquetes coloreados en rosado representan las clases y métodos implementados para la interacción con OR-Tools. El paquete en color morado abarca todo lo relacionado con la biblioteca OR-Tools, mientras que el paquete en azul celeste representa el módulo de Python llamado Enum, el cual se utiliza en varias de las clases para enumerar y gestionar opciones.



**Ilustración 4:** Diagrama de clases para la resolución de los problemas de optimización de rutas de vehículos con la biblioteca OR-Tools.

### **2.4. Evaluación de efectividad**

Se lleva a cabo un experimento implementando diversas combinaciones de las 15 heurísticas y 5 metaheurísticas disponibles en OR-Tools, con el objetivo de analizar su eficiencia en la resolución de diferentes problemas de optimización (TSP, CVRP, VRPTW, VRPPD, MDVRP). Los tipos de distancia utilizados para el cálculo de la distancia de un nodo a otro son Euclidean y Manhattan. Se le asignan identificadores a cada una de las heurísticas y metaheurísticas para su fácil identificación en las tablas de los resultados obtenidos, estos se encuentran en la sección 2.2 donde se explica el funcionamiento de cada una.

A continuación, se presenta el análisis de las heurísticas y metaheurísticas aplicadas en 67 instancias con diferentes tamaños y configuraciones para reutilizar algunas en varios problemas. El objetivo es **minimizar la distancia total** recorrida por las rutas y evaluar el **tiempo de ejecución (segundos)** del algoritmo. Se implementa inicialmente una heurística como estrategia inicial, seguida por la ejecución de una metaheurística para mejorar la solución. Se configura un tiempo máximo de ejecución de **50 segundos** establecido para todos los experimentos, dado que la biblioteca generalmente logró encontrar la mejor solución en menos tiempo. Las conclusiones se derivan de los mejores resultados obtenidos en **10 ejecuciones**, el resto de soluciones se encuentran en Google Drive en el siguiente enlace:

<https://drive.google.com/drive/folders/1cmIz3nMJjpyfxUnMpvWiXmQz2h43qHmG?usp=drive_link>

#### **2.4.1. TSP**

En esta sección se presentan los resultados del experimento para la variante TSP. En la Tabla 4 se describen las 13 instancias del problema utilizadas para el experimento, recopiladas de [52].

**Tabla 4:** Descripción de las instancias TSP.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Tamaño** | **Rango de coordenadas X**  **[mínimo, máximo]** | **Rango de coordenadas Y**  **[mínimo, máximo]** |
| **ulysses16** | 16 | [-5.21, 41.23] | [9.10, 26.15] |
| **ulysses22** | 22 | [33.48, 41.23] | [-5.21 , 26.15] |
| **att48** | 48 | [10, 7762] | [140, 5184] |
| **st70** | 70 | [5, 98] | [1, 100] |
| **pr76** | 76 | [200, 19800] | [800, 12200] |
| **rd100** | 100 | [13.601, 967.650] | [0.998, 979.771] |
| **pr107** | 107 | [8175, 16425] | [4700, 11500] |
| **pr124** | 124 | [4475, 13585] | [1800, 11225] |
| **ch150** | 150 | [10.026, 697.388] | [0.420, 699.538] |
| **d493** | 493 | [3.64360e+03, 1.11630e+03] | [3.64360e+03, 9.52000e+02] |
| **d657** | 657 | [875.10, 3116.60] | [739.00, 2999.70] |
| **u724** | 724 | [605.61, 3075.81] | [707.7, 2444.39] |
| **dsj1000** | 1000 | [-66860, 1079810] | [-10984, 1086172] |

En la Tabla 5 se presentan los mejores resultados obtenidos al realizar el experimento con las instancias descritas, utilizando la distancia euclideana. Mientras que en la **Tabla 6** se muestran los resultados utilizando la distancia manhattan.

**Tabla 5:** Mejores resultados de las instancias TSP utilizando la distancia euclideana.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Heurística** | **Metaheurística** | **Distancia total** | **Tiempo de ejecución** |
| **ulysses16** | ES | GLS | 72 | 0.0026 |
| **ulysses22** | PCA | GLS | 72 | 0.0053 |
| **att48** | PCA | GD | 34 184 | 0.0601 |
| **st70** | PCA | GTS | 682 | 0.1232 |
| **pr76** | PCI | GTS | 108 879 | 0.1412 |
| **rd100** | PCA | GD | 8 221 | 0.2450 |
| **pr107** | PCA | GD | 44 573 | 0.2952 |
| **pr124** | BI | GTS | 59 246 | 0.2858 |
| **ch150** | PCA | GD | 6 733 | 0.7677 |
| **d493** | PCA | TS | 35 969 | 20.0003 |
| **d657** | PCA | GD | 51 611 | 20.0018 |
| **u724** | PCA | GD | 44 270 | 20.0009 |
| **dsj1000** | GCA | GTS | 20 461 588 | 15.0019 |

**Rendimiento en instancias de tamaño menor a 50 (3 instancias):**

* La metaheurística GLS resultó ser la que mejores resultados brindó en combinación con las heurísticas PCA y ES, aunque PCA también se destacó con la metaheurística GD.

**Rendimiento en instancias de tamaño entre 51 y 200 (6 instancias):**

* Las metaheurísticas GTS y GD prevalecen en combinación con la heurística PCA.
* Para las instancias `pr76` y `pr124` se obtuvo la mejor solución con las heurísticas PCI y BI, respectivamente, en combinación con la metaheurística GTS.

**Rendimiento en instancias de tamaño mayor a 200 (4 instancias):**

* La metaheurística GD predomina en combinación con la heurística PCA.
* Las metaheurísticas TS y GTS en combinación con las heurísticas PCA y GCA, respectivamente, lograron las mejores soluciones en las instancias `d493` y `dsj1000`.

En general, se destaca la heurística PCA para todos los tamaños de instancia evaluados junto a las metaheurísticas GTS y GD, y para algunas instancias GLS.

Tabla 6: Mejores resultados de las instancias TSP utilizando la distancia manhattan.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Heurística** | **Metaheurística** | **Distancia total** | **Tiempo de ejecución** |
| **ulysses16** | PMCA | GTS | 80 | 0.0037 |
| **ulysses22** | LCI | TS | 81 | 0.0054 |
| **att48** | SCI | TS | 42 594 | 0.0677 |
| **st70** | PCA | GD | 872 | 0.1296 |
| **pr76** | LCA | GLS | 136 538 | 0.1295 |
| **rd100** | PCA | TS | 10 280 | 0.4742 |
| **pr107** | PCA | SA | 50 500 | 0.2542 |
| **pr124** | PCA | TS | 68 860 | 0.4479 |
| **ch150** | PCA | GD | 8 229 | 0.5504 |
| **d493** | GLA | TS | 44 628 | 13.0226 |
| **d657** | SV | GLS | 63 858 | 47.6351 |
| **u724** | PCI | GTS | 53 369 | 48.0367 |
| **dsj1000** | FUMV | GD | 24 485 240 | 60.0012 |

**Rendimiento en instancias de tamaño menor a 50 (3 instancias):**

* La metaheurística TS resultó ser la que mejores resultados brindó en combinación con las heurísticas LCI y SCI, aunque PMCA también se destacó con la metaheurística GTS en la instancia `ulysses16`.

**Rendimiento en instancias de tamaño entre 51 y 200 (6 instancias):**

* Las metaheurísticas TS, SA y GD prevalecen en combinación con la heurística PCA.
* Para las instancias `st70` y `pr76` se obtuvo la mejor solución con las heurísticas SCI y LCA, en combinación con las metaheurísticas TS y GLS, respectivamente.

**Rendimiento en instancias de tamaño mayor a 200 (4 instancias):**

* Las metaheurísticas GLS, GD, TS y GTS en combinación con las heurísticas SV, FUMV, GLA y PCI, respectivamente, lograron las mejores soluciones en este grupo de instancias.

En general, se destaca la heurística PCA junto a las metaheurísticas TS y GD en la mayoría de las instancias evaluadas.

#### **2.4.2. CVRP**

En esta sección se presentan los resultados del experimento para la variante CVRP. En la Tabla 7 se describen las 20 instancias del problema utilizadas para el experimento. De estas, 10 fueron obtenidas de [33] donde originalmente fueron utilizadas para VRPTW. En este experimento se ignoran las ventanas de tiempo para poder utilizar las instancias en CVRP.

Las otras 10 se recopilaron de [53] con ligeras transformaciones. Para cada instancia se mantienen los clientes, cantidad de vehículos y sus capacidades, sólo se adaptan para trabajar con un único depósito. En el caso particular de las instancias HFVRP (últimas 5 instancias en las tablas), para cada instancia se mantienen los clientes y cantidad de vehículos con sus datos originales, mientras que sus capacidades se distribuyen de manera aleatoria entre los vehículos, siempre respetando la capacidad total original. Con este procedimiento se obtiene una flota de vehículos con varios tipos de vehículos diferentes según su capacidad.

Como parámetros fijos configurados por defecto se tiene:

* **slack\_max:** define la cantidad máxima de tiempo de espera (o slack) permitida en la ruta de un vehículo = (0).
* **fix\_start\_cumul\_to\_zero:** indica si el valor acumulado de la distancia para cada vehículo comenzará en cero = (True).

**Tabla 7:** Descripción de las instancias CVRP.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Tamaño** | **Rango de coordenadas X**  **[mínimo, máximo]** | **Rango de coordenadas Y**  **[mínimo, máximo]** | **Rango de demandas**  **[mínimo, máximo]** | **Capacidad de los vehículos** | **Cantidad de vehículos** |
| **CVRP\_1** | 50 | [5, 63] | [6, 69] | [3, 41] | 200 | 5 |
| **CVRP\_4** | 75 | [6, 70] | [4, 76] | [1, 37] | 250 | 9 |
| **CVRP\_p3** | 75 | [6, 76] | [4, 76] | [1, 37] | 480 | 3 |
| **CVRP\_p5** | 100 | [2, 101] | [3, 77] | [1, 41] | 400 | 5 |
| **CVRP\_p14** | 360 | [-160, 160] | [-160, 160] | [1, 12] | 500 | 5 |
| **C1\_2\_1** | 200 | [0, 139] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 |
| **C1\_2\_4** | 200 | [1, 137] | [3, 140] | [10, 40] | 200 | 50 |
| **C1\_2\_5** | 200 | [0, 139] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 |
| **C1\_2\_6** | 200 | [0, 139] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 |
| **C1\_2\_8** | 200 | [0, 139] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 |
| **C1\_4\_1** | 400 | [1, 200] | [0, 200] | [10, 40] | 200 | 100 |
| **C1\_4\_4** | 400 | [100, 180] | [50, 150] | [5, 50] | 200 | 100 |
| **C1\_6\_1** | 600 | [0, 287] | [0, 292] | [10, 40] | 200 | 150 |
| **C1\_6\_2** | 600 | [0, 287] | [4, 292] | [10, 40] | 200 | 150 |
| **C1\_6\_3** | 600 | [0, 287] | [4, 294] | [10, 40] | 200 | 150 |
| **HFVRP\_1** | 50 | [5, 63] | [6, 69] | [3, 41] | 200, 400, 100, 250, 50 | 5 |
| **HFVRP\_4** | 75 | [6, 70] | [4, 76] | [1, 37] | 250, 100, 455, 90, 250, 50, 100, 500, 455 | 9 |
| **HFVRP\_p3** | 75 | [6, 76] | [4, 76] | [1, 37] | 500, 470, 470 | 3 |
| **HFVRP\_p5** | 100 | [2, 101] | [3, 77] | [1, 41] | 400, 100, 200, 650, 650 | 5 |
| **HFVRP\_p14** | 360 | [-160, 160] | [-160, 160] | [1, 12] | 500, 600, 400, 500, 500 | 5 |

Se presentan los mejores resultados obtenidos al realizar el experimento con las instancias descritas con tamaños que varían entre 50 y 600 nodos, así como capacidades homogéneas (primeras 15 instancias) y heterogéneas (últimas 5 instancias). Se utiliza la distancia euclideana en la Tabla 8 y la distancia manhattan en la Tabla 9.

**Tabla 8**: Mejores resultados de las instancias CVRP utilizando la distancia euclideana.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Heurística** | **Metaheurística** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Tiempo de ejecución** |
| **CVRP\_1** | PCA | SA | 2 152 | 4 | 0.1320 |
| **CVRP\_4** | FUMV | TS | 3 916 | 6 | 0.3265 |
| **CVRP\_p3** | ES | GLS | 4 133 | 3 | 0.2628 |
| **CVRP\_p5** | PCA | SA | 4 534 | 4 | 0.5498 |
| **CVRP\_p14** | FUMV | GTS | 9 300 | 4 | 14.4430 |
| **C1\_2\_1** | CH | TS | 2 793 | 18 | 1.5212 |
| **C1\_2\_4** | BI | TS | 2 793 | 18 | 1.5450 |
| **C1\_2\_5** | LCCI | TS | 2 793 | 18 | 1.5280 |
| **C1\_2\_6** | AU | SA | 2 793 | 18 | 1.5388 |
| **C1\_2\_8** | LCA | GLS | 2 793 | 18 | 1.5303 |
| **C1\_4\_1** | ES | GTS | 7 245 | 36 | 8.6883 |
| **C1\_4\_4** | PMCA | GLS | 7 245 | 36 | 8.9911 |
| **C1\_6\_1** | PMCA | GD | 14 148 | 56 | 19.0884 |
| **C1\_6\_2** | PMCA | GD | 14 148 | 56 | 19.1798 |
| **C1\_6\_3** | FUMV | SA | 14 148 | 56 | 19.0917 |
| **HFVRP\_1** | PCA | TS | 3 225 | 4 | 0.1427 |
| **HFVRP\_4** | PCA | GLS | 3 730 | 4 | 0.2995 |
| **HFVRP\_p3** | PCA | GD | 4 030 | 3 | 0.2144 |
| **HFVRP\_p5** | PCA | TS | 1 512 | 3 | 0.6948 |
| **HFVRP\_p14** | SV | SA | 9 325 | 4 | 12.6994 |

**Rendimiento en instancias con capacidades homogéneas (15 instancias):**

* En instancias de tamaño entre 50 y 100 se destaca la combinación de la heurística PCA y la metaheurística SA. Excepto en las instancias `CVRP\_4` y `CVRP\_p3` donde resaltan las heurísticas FUMV y ES con las metaheurísticas TS y GLS, respectivamente.
* En instancias de tamaño entre 200 y 360 se destaca la metaheurística TS en combinación con las heurísticas CH, BI y LCCI en 3 instancias. En las otras instancias la combinación de las heurísticas FUMV, AU y LCA con las metaheurísticas GTS, SA y GLS, respectivamente, lograron las mejores soluciones.
* En instancias de tamaño entre 400 y 600 resalta la heurística PMCA con las metaheurísticas GLS y GD. Excepto en las instancias `C1\_4\_1` y `C1\_6\_3` donde las combinaciones efectivas resultaron ser con las heurísticas ES y FUMV junto a las metaheurísticas GTS y SA, respectivamente.

**Rendimiento en instancias con capacidades heterogéneas (5 instancias):**

* En este grupo se destaca la heurística PCA con varias metaheurísticas como TS, GLS y GD, excepto en la instancia `HFVRP\_p14` donde la mejor combinación resultó ser la heurística SV con la metaheurística SA.

En general, las heurísticas más destacadas fueron PCA, PMCA y FUMV, mientras que las metaheurísticas fueron GLS, TS y SA.

**Tabla 9**: Mejores resultados de las instancias CVRP utilizando la distancia manhattan.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Heurística** | **Metaheurística** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Tiempo de ejecución** |
| **CVRP\_1** | PCA | SA | 2 972 | 4 | 0.1075 |
| **CVRP\_4** | PMCA | GLS | 5 526 | 6 | 0.1359 |
| **CVRP\_p3** | AU | GLS | 5 726 | 3 | 0.2703 |
| **CVRP\_p5** | PMCA | GD | 6 322 | 4 | 0.4790 |
| **CVRP\_p14** | SV | SA | 12 580 | 4 | 6.1363 |
| **C1\_2\_1** | PCA | GLS | 3 684 | 18 | 1.5836 |
| **C1\_2\_4** | PCA | GLS | 3 684 | 18 | 1.5775 |
| **C1\_2\_5** | PCA | GLS | 3 684 | 18 | 1.5804 |
| **C1\_2\_6** | PCA | GLS | 3 684 | 18 | 1.5866 |
| **C1\_2\_8** | PCA | GLS | 3 684 | 18 | 1.5789 |
| **C1\_4\_1** | CH | GLS | 9 112 | 36 | 7.0906 |
| **C1\_4\_4** | ES | GTS | 9 112 | 36 | 7.1388 |
| **C1\_6\_1** | PCA | SA | 18 760 | 56 | 17.7215 |
| **C1\_6\_2** | PCA | SA | 18 760 | 56 | 17.6531 |
| **C1\_6\_3** | PCA | SA | 18 760 | 56 | 17.5731 |
| **HFVRP\_1** | SCI | GLS | 3 676 | 4 | 0.2021 |
| **HFVRP\_4** | PCA | GD | 5 086 | 5 | 0.3728 |
| **HFVRP\_p3** | ES | SA | 5 612 | 3 | 0.2440 |
| **HFVRP\_p5** | SV | GTS | 1 938 | 3 | 0.4945 |
| **HFVRP\_p14** | PCA | GLS | 12 660 | 4 | 6.3818 |

**Rendimiento en instancias con capacidades homogéneas (15 instancias):**

* En instancias de tamaño entre 50 y 100 se destaca la combinación de las heurísticas PMCA y AU con la metaheurística GLS. Excepto en las instancias `CVRP\_1` y `CVRP\_p5` donde resaltan las heurísticas PCA y PMCA con las metaheurísticas SA y GD, respectivamente.
* En instancias de tamaño entre 200 y 360 se destaca la metaheurística GLS en combinación con la heurística PCA. Excepto en la instancia `CVRP\_p14` donde resalta la heurística SV con la metaheurística SA.
* En instancias de tamaño entre 400 y 600 resalta la heurística PCA con la metaheurística SA. Excepto en las instancias `C1\_4\_1` y `C1\_4\_4` donde las combinaciones efectivas resultaron ser con las heurísticas CH y ES junto a las metaheurísticas GLS y GTS, respectivamente.

**Rendimiento en instancias con capacidades heterogéneas (5 instancias):**

* En este grupo se destaca la heurística PCA con las metaheurísticas GLS y GD.
* También se destacan las heurísticas SCI, ES y SV en combinación con las metaheurísticas GLS, SA y GTS, respectivamente.

En general, las heurísticas más destacadas fueron PCA, PMCA y SV, mientras que las metaheurísticas fueron GLS y SA.

#### **2.4.3. VRPTW**

En esta sección se presentan los resultados del experimento para la variante VRPTW. En la Tabla 10 se describen las 23 instancias del problema utilizadas para el experimento, obtenidas de [33]. Como parámetros fijos configurados por defecto se tiene:

* **máxima velocidad de los vehículos** = 83.33 km/h
* **máxima distancia que un vehículo debe recorrer** = 1000
* **máximo tiempo en que un vehículo debe completar su ruta** = 1500 minutos

**Tabla 10:** Descripción de las instancias VRPTW.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Tamaño** | **Rango de coordenadas X**  **[mínimo, máximo]** | **Rango de coordenadas Y**  **[mínimo, máximo]** | **Rango de demandas**  **[mínimo, máximo]** | **Capacidad de los vehículos** | **Cantidad de vehículos** | **Rango de intervalo en ventanas de tiempo** |
| **C1\_2\_1** | 200 | [0, 139] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 | [1, 1100] |
| **C1\_2\_2** | 200 | [0, 139] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 | [32, 1158] |
| **C1\_2\_3** | 200 | [1, 139] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 | [62, 1113] |
| **C1\_2\_4** | 200 | [1, 137] | [3, 140] | [10, 40] | 200 | 50 | [59, 711] |
| **C1\_2\_5** | 200 | [0, 139] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 | [50, 200] |
| **C1\_2\_6** | 200 | [0, 139] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 | [53, 1153] |
| **C1\_2\_7** | 200 | [0, 139] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 | [4, 1609] |
| **C1\_2\_8** | 200 | [0, 139] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 | [71, 1183] |
| **C1\_2\_9** | 200 | [0, 139] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 | [0, 1110] |
| **C1\_2\_10** | 200 | [1, 137] | [0, 139] | [10, 40] | 200 | 50 | [2, 1122] |
| **C1\_4\_1** | 400 | [1, 200] | [0, 200] | [10, 40] | 200 | 100 | [30, 1192] |
| **C1\_4\_2** | 400 | [3, 200] | [0, 198] | [10, 40] | 200 | 100 | [28, 1242] |
| **C1\_4\_3** | 400 | [3, 197] | [1, 198] | [10, 50] | 200 | 100 | [71, 545] |
| **C1\_4\_4** | 400 | [100, 180] | [50, 150] | [5, 50] | 200 | 100 | [1, 10] |
| **C1\_4\_5** | 400 | [3, 200] | [0, 198] | [10, 40] | 200 | 100 | [1, 1150] |
| **C1\_4\_6** | 400 | [0, 200] | [0, 200] | [10, 40] | 200 | 100 | [2, 934] |
| **C1\_4\_7** | 400 | [0, 200] | [0, 200] | [10, 40] | 200 | 100 | [18, 1118] |
| **C1\_4\_8** | 400 | [0, 200] | [0, 198] | [10, 50] | 200 | 100 | [17, 1025] |
| **C1\_4\_9** | 400 | [3, 200] | [0, 198] | [10, 50] | 200 | 100 | [4, 1351] |
| **C1\_4\_10** | 400 | [0, 200] | [0, 200] | [10, 50] | 200 | 100 | [1, 1280] |
| **C1\_6\_1** | 600 | [0, 287] | [0, 292] | [10, 40] | 200 | 150 | [1, 1150] |
| **C1\_6\_2** | 600 | [0, 287] | [4, 292] | [10, 40] | 200 | 150 | [2, 1394] |
| **C1\_6\_3** | 600 | [0, 287] | [4, 294] | [10, 40] | 200 | 150 | [10, 1403] |

En la Tabla 11 se presentan los mejores resultados obtenidos al realizar el experimento con las instancias descritas, utilizando la distancia euclideana. Mientras que en la **Tabla 12** se muestran los resultados utilizando la distancia manhattan,

**Tabla 11:** Mejores resultados de las instancias VRPTW utilizando la distancia euclideana.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Heurística** | **Metaheurística** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Tiempo de ejecución** |
| **C1\_2\_1** | PMCA | GD | 2 990 | 21 | 4.9714 |
| **C1\_2\_2** | PCI | GTS | 2 761 | 20 | 13.3402 |
| **C1\_2\_3** | SW | GD | 2 828 | 19 | 10.6413 |
| **C1\_2\_4** | PMCA | GTS | 2 815 | 20 | 10.9510 |
| **C1\_2\_5** | SW | GTS | 3 105 | 21 | 10.2025 |
| **C1\_2\_6** | SV | TS | 2 859 | 21 | 7.2663 |
| **C1\_2\_7** | SV | GD | 2 811 | 21 | 8.6596 |
| **C1\_2\_8** | BI | GLS | 2 708 | 20 | 7.6467 |
| **C1\_2\_9** | PMCA | GD | 2 963 | 20 | 12.4238 |
| **C1\_2\_10** | GCA | GTS | 2 861 | 20 | 9.6781 |
| **C1\_4\_1** | PCA | GD | 7 242 | 40 | 39.4239 |
| **C1\_4\_2** | BI | TS | 7 427 | 40 | 55.6553 |
| **C1\_4\_3** | LCI | GLS | 7 711 | 41 | 56.3412 |
| **C1\_4\_4** | LCCI | GD | 7 491 | 38 | 54.8672 |
| **C1\_4\_5** | GCA | TS | 7 440 | 41 | 46.3954 |
| **C1\_4\_6** | FUMV | GTS | 7 478 | 42 | 59.1284 |
| **C1\_4\_7** | PCI | GLS | 7 477 | 40 | 41.9400 |
| **C1\_4\_8** | LCA | GTS | 7 557 | 42 | 44.9334 |
| **C1\_4\_9** | CH | GD | 7 521 | 39 | 47.6487 |
| **C1\_4\_10** | LCCI | GLS | 7 343 | 38 | 53.3252 |
| **C1\_6\_1** | BI | GLS | 15 364 | 64 | 60.0050 |
| **C1\_6\_2** | LCCI | TS | 16 759 | 63 | 60.0042 |
| **C1\_6\_3** | FUMV | TS | 15 778 | 59 | 60.0049 |

**Rendimiento en instancias de tamaño 200 (10 instancias):**

* Predominan las metaheurísticas GTS y GD en combinación con las heurísticas SV, SW y PMCA.

**Rendimiento en instancias de tamaño 400 (10 instancias):**

* Se destacan variadas combinaciones, como las heurísticas LCCI, FUMV, PCI, PCA y las metaheurísticas GD, GLS, GTS. Gran variedad de heurísticas resultaron eficientes para este grupo de instancias.

**Rendimiento en instancias de tamaño 600 (3 instancias):**

* Se destaca la metaheurística TS junto a las heurísticas LCCI y FUMV. Excepto en la instancia `C1\_6\_1`, donde resalta la combinación de BI como heurística y GLS como metaheurística.

En general, las combinaciones más efectivas consisten en utilizar las heurísticas PMCA, BI, LCCI, SW, SV y FUMV junto a las metaheurísticas GLS, GTS, GD y TS.

Tabla 12: Mejores resultados de las instancias VRPTW utilizando la distancia manhattan.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Heurística** | **Metaheurística** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Tiempo de ejecución** |
| **C1\_2\_1** | CH | SA | 3 844 | 20 | 5.6651 |
| **C1\_2\_2** | SCI | TS | 4 036 | 21 | 8.0696 |
| **C1\_2\_3** | ES | GLS | 4 006 | 20 | 8.9046 |
| **C1\_2\_4** | AU | TS | 3 754 | 19 | 14.8680 |
| **C1\_2\_5** | SCI | TS | 3 760 | 21 | 7.6596 |
| **C1\_2\_6** | PMCA | GD | 4 058 | 22 | 6.6393 |
| **C1\_2\_7** | SV | GD | 3 988 | 22 | 7.0812 |
| **C1\_2\_8** | LCI | GD | 3 802 | 20 | 10.4968 |
| **C1\_2\_9** | PMCA | GD | 3 834 | 19 | 7.2653 |
| **C1\_2\_10** | PCA | GTS | 3 826 | 19 | 11.0672 |
| **C1\_4\_1** | GCA | TS | 9 784 | 42 | 55.2870 |
| **C1\_4\_2** | BI | SA | 10 164 | 43 | 52.5815 |
| **C1\_4\_3** | BI | SA | 10 124 | 39 | 50.3343 |
| **C1\_4\_4** | LCI | GTS | 9 576 | 37 | 55.3368 |
| **C1\_4\_5** | PCA | SA | 10 044 | 43 | 38.3173 |
| **C1\_4\_6** | SCI | TS | 10 304 | 43 | 44.6753 |
| **C1\_4\_7** | BI | GLS | 10 116 | 43 | 55.2357 |
| **C1\_4\_8** | GCA | GLS | 10 038 | 41 | 46.3659 |
| **C1\_4\_9** | LCI | TS | 9 926 | 39 | 38.3050 |
| **C1\_4\_10** | ES | GLS | 9 716 | 38 | 44.8220 |
| **C1\_6\_1** | LCI | GTS | 20 492 | 63 | 60.2175 |
| **C1\_6\_2** | LCA | GD | 21 500 | 65 | 60.0049 |
| **C1\_6\_3** | LCCI | GD | 21 164 | 60 | 60.0042 |

**Rendimiento en instancias de tamaño 200 (10 instancias):**

* Predominan las metaheurísticas TS y GD en combinación con las heurísticas SCI y PMCA, respectivamente.
* En las instancias `C1\_2\_1`, `C1\_2\_2` y `C1\_2\_10` se destacaron las heurísticas CH, SCI y PCA junto a las metaheurísticas SA, TS, GTS.

**Rendimiento en instancias de tamaño 400 (10 instancias):**

* Se destacan variadas combinaciones, como las metaheurísticas TS, GLS y SA junto a las heurísticas BI, GCA, LCI.
* En la instancia `C1\_4\_4` se destacó la heurística LCI junto a la metaheurística GTS.

**Rendimiento en instancias de tamaño 600 (3 instancias):**

* Se destaca la metaheurística GD junto a las heurísticas LCCI y LCA. Excepto en la instancia `C1\_6\_1`, donde resalta la combinación de LCI como heurística y GTS como metaheurística.

En general, las combinaciones más efectivas consisten en utilizar las heurísticas SCI, LCI, BI junto a las metaheurísticas GLS, GD y TS.

#### 2.4.4. MDVRP

En esta sección se presentan los resultados del experimento para la variante MDVRP. En la Tabla 13 se describen las 8 instancias del problema utilizadas para el experimento recopiladas de [53], no se hace ninguna modificación. Como parámetros fijos configurados por defecto se tiene:

* **slack\_max:** define la cantidad máxima de tiempo de espera (o slack) permitida en la ruta de un vehículo = (0).
* **fix\_start\_cumul\_to\_zero:** indica si el valor acumulado de la distancia para cada vehículo comenzará en cero = (True).
* **capacity:** máxima distancia que deben recorrer los vehículos = (500).

**Tabla 13:** Descripción de las instancias MDVRP.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Tamaño** | **Rango de coordenadas X**  **[mínimo, máximo]** | **Rango de coordenadas Y**  **[mínimo, máximo]** | **Cantidad de vehículos** | **Cantidad de depósitos** |
| **p31** | 10 | [-64.709, 72.095] | [-72.894, 66.498] | 2 | 2 |
| **p15** | 48 | [-91.943, 57.404] | [-55.811, 99.341] | 4 | 4 |
| **p1** | 50 | [5, 63] | [6, 69] | 4 | 4 |
| **p2** | 50 | [5, 63] | [6, 69] | 4 | 4 |
| **p3** | 75 | [6, 75] | [5, 76] | 5 | 5 |
| **p5** | 100 | [2, 100] | [2, 77] | 2 | 2 |
| **p6** | 100 | [2, 100] | [3, 77] | 4 | 4 |
| **p19** | 144 | [-91.669, 82.794] | [-88.501, 84.296] | 6 | 6 |

En la Tabla 14 se presentan los mejores resultados obtenidos al realizar el experimento con las instancias descritas, utilizando la distancia euclideana. Mientras que en la **Tabla 15** se muestran los resultados utilizando la distancia manhattan.

**Tabla 14:** Mejores resultados de las instancias MDVRP utlizando la distancia euclideana.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Heurística** | **Metaheurística** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Tiempo de ejecución** |
| **p31** | PMCA | GLS | 540 | 2 | 0.0108 |
| **p15** | SW | SA | 994 | 4 | 1.0145 |
| **p1** | ES | GTS | 500 | 4 | 2.1560 |
| **p2** | LCI | GTS | 500 | 4 | 2.6098 |
| **p3** | LCCI | GLS | 576 | 5 | 3.4102 |
| **p5** | PCI | SA | 708 | 2 | 10.2772 |
| **p6** | PMCA | SA | 745 | 4 | 7.0317 |
| **p19** | PCI | GLS | 1 609 | 6 | 12.2308 |

Rendimiento en instancias de tamaño entre 10 y 75 (5 instancias):

* Las combinaciones más efectivas fueron la metaheurística GTS con las heurísticas ES y LCI y la metaheurística GLS con las heurísticas PMCA y LCCI. Excepto en la instancia `p15` donde la combinación de la heurística SW y la metaheurística SA logró el mejor resultado.

Rendimiento en instancias de tamaño entre 100 y 216 (3 instancias):

* La metaheurística que resaltó fue SA con la combinación de PCI y PMCA como heurísticas. Mientras que la heurística PCI destaca igualmente con la combinación de GLS.

En general, los resultados de las mejores técnicas son muy variados ya que hay diferentes combinaciones que lograron buenos resultados. Sin embargo, las más destacadas son las heurísticas LCI, PCI, PMCA y las metaheurísticas GLS, SA y GTS.

Tabla 15: Mejores resultados de las instancias MDVRP utlizando la distancia manhattan.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Heurística** | **Metaheurística** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Tiempo de ejecución** |
| **p31** | PCA | TS | 788 | 2 | 0.0094 |
| **p15** | PCA | SA | 1 134 | 4 | 1.1194 |
| **p1** | PCA | GD | 672 | 4 | 1.3901 |
| **p2** | PCA | GD | 672 | 4 | 1.3803 |
| **p3** | BI | GD | 756 | 5 | 5.1132 |
| **p5** | PCA | GLS | 866 | 2 | 23.0106 |
| **p6** | PCA | GD | 942 | 4 | 14.4528 |
| **p19** | SCI | SA | 2 244 | 6 | 5.1480 |

Rendimiento en instancias de tamaño entre 10 y 75 (5 instancias):

* La combinación más efectiva fue la heurística PCA junto a las metaheurísticas GD, SA y TS.
* En la instancia `p3` se destaca BI como heurística y GD como metaheurística.

Rendimiento en instancias de tamaño entre 100 y 216 (3 instancias):

* La heurística que resaltó fue PCA con la combinación de GLS y GD como metaheurísticas. Mientras que la heurística SCI destaca igualmente con la combinación de SA en la instancia `p19`.

En general, la heurística más destacada fue PCA junto a una variedad de metaheurísticas como GD, SA, TS y GLS, resaltando GD entre el resto.

#### 2.4.5. VRPPD

En esta sección se presentan los resultados del experimento para la variante VRPPD. En la Tabla 16 se describen las 10 instancias del problema utilizadas para el experimento. Donde se reutilizaron las instancias de otros problemas añadiendo los pares de entrega y recogida de forma aleatoria. Todos los nodos son utilizados en alguno de los objetivos (entrega o recogida) siempre que el tamaño de la instancia sea par, de lo contrario un nodo queda sin emparejar y se elimina.

Como parámetros fijos configurados por defecto se tiene:

* **slack\_max:** define la cantidad máxima de tiempo de espera (o slack) permitida en la ruta de un vehículo = (0).
* **fix\_start\_cumul\_to\_zero:** indica si el valor acumulado de la distancia para cada vehículo comenzará en cero = (True).
* **capacity:** máxima distancia que deben recorrer los vehículos = (500).

**Tabla 16:** Descripción de las instancias VRPPD.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Tamaño** | **Rango de coordenadas X**  **[mínimo, máximo]** | **Rango de coordenadas Y**  **[mínimo, máximo]** | **Cantidad de vehículos** |
| **p31** | 10 | [-64.709, 72.095] | [-72.894, 66.498] | 2 |
| **CVRP\_100** | 15 | [5.0, 52.0] | [16.0, 64.0] | 15 |
| **CVRP\_1** | 50 | [5.0, 63.0] | [6.0, 69.0] | 5 |
| **CVRP\_2** | 50 | [5.0, 63.0] | [6.0, 69.0] | 5 |
| **CVRP\_3** | 50 | [5.0, 63.0] | [6.0, 69.0] | 5 |
| **p1** | 50 | [5, 63] | [6, 69] | 4 |
| **p2** | 50 | [5, 63] | [6, 69] | 4 |
| **CVRP\_4** | 75 | [6.0, 70.0] | [4.0, 76.0] | 9 |
| **CVRP\_5** | 75 | [6.0, 70.0] | [4.0, 76.0] | 9 |
| **p3** | 75 | [6, 75] | [5, 76] | 5 |

En la Tabla 17 se presentan los mejores resultados obtenidos al realizar el experimento con las instancias descritas, utilizando la distancia euclideana. Mientras que en la **Tabla 18** se muestran los resultados utilizando la distancia manhattan.

**Tabla 17:** Mejores resultados de las instancias VRPPD utilizando la distancia euclideana.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Heurística** | **Metaheurística** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Tiempo de ejecución** |
| **p31** | PCA | GD | 634 | 2 | 0.0402 |
| **CVRP\_100** | FUMV | GD | 308 | 3 | 0.0865 |
| **CVRP\_1** | SW | GLS | 573 | 1 | 19.9996 |
| **CVRP\_2** | PMCA | SA | 546 | 1 | 19.9997 |
| **CVRP\_3** | ES | TS | 533 | 1 | 19.9997 |
| **p1** | GCA | GD | 618 | 1 | 19.9997 |
| **p2** | ES | GLS | 594 | 1 | 19.9998 |
| **CVRP\_4** | PMCA | SA | 959 | 1 | 19.9999 |
| **CVRP\_5** | ES | GD | 988 | 1 | 19.9999 |
| **p3** | PCA | GLS | 1 013 | 1 | 19.9999 |

Rendimiento en instancias de tamaño entre 10 y 80 (10 instancias):

* Las metaheurísticas que mejores soluciones brindaron fueron GD y GLS con la combinación de las heurísticas PCA y ES como las más predominantes.
* La heurística PMCA en combinación con la metaheurística SA logra la mejor solución en las instancias `CVRP\_2` y `CVRP\_4`.

En general, la combinación de la heurística PCA junto a la metaheurística GD logró obtener los mejores resultados en la mayoría de las instancias evaluadas.

Tabla 18: Mejores resultados de las instancias VRPPD utilizando la distancia manhattan.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Heurística** | **Metaheurística** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Tiempo de ejecución** |
| **p31** | PCA | GLS | 806 | 2 | 0.2635 |
| **CVRP\_100** | FUMV | GTS | 394 | 3 | 0.1277 |
| **CVRP\_1** | LCCI | SA | 966 | 4 | 34.6045 |
| **CVRP\_2** | PCA | GTS | 842 | 3 | 2.5260 |
| **CVRP\_3** | PMCA | GLS | 852 | 4 | 8.8085 |
| **p1** | GLA | GLS | 930 | 4 | 3.6264 |
| **p2** | AU | TS | 948 | 4 | 11.9820 |
| **CVRP\_4** | AU | SA | 1 196 | 5 | 34.6045 |
| **CVRP\_5** | SV | GLS | 1 190 | 5 | 42.7558 |
| **p3** | ES | SA | 1 110 | 5 | 39.1691 |

Rendimiento en instancias de tamaño entre 10 y 80 (10 instancias):

* Las metaheurísticas que mejores soluciones brindaron fueron SA y GLS con la combinación de variedad de heurísticas como PCA, ES, AU, LCCI, entre otras.
* En las instancias `CVRP\_2` y `CVRP\_100` predomina la metaheurística GTS junto a las heuristicas FUMV y PCA, respectivamente.
* En la instancia `p2` se destaca la heurística AU junto a la metaheurística SA.

En general, la combinación de las heurística PCA y AU junto a las metaheurísticas GLS y SA obtuvieron los mejores resultados en la mayoría de las instancias evaluadas.

#### 2.4.6. Comparación general

En la resolución de problemas de planificación de rutas de vehículos, la elección de heurísticas y metaheurísticas es crucial y depende en gran medida del tamaño de las instancias y el problema a resolver. En términos generales:

* Se destaca la combinación diversa de metaheurísticas como GD, TS y GLS con heurísticas específicas como SV, PCA, LCI y PMCA.
* La heurística PCA resulta ser la más destacada en todos los problemas tratados, aportando buenas soluciones a un grupo considerable de instancias.
* Aunque todas las metaheurísticas, en combinación con distintas heurísticas, ofrecieron buenos resultados, GD y GLS sobresalieron en todos los problemas.
* La combinación de la mayoría de heurísticas y de todas las metaheurísticas lograron buenos resultados para diferentes instancias de todos los problemas, adaptándose bien a las diferentes características de cada uno.

### **2.5. Conclusiones parciales**

En este capítulo se presentó la propuesta de solución utilizando la biblioteca OR-Tools en Python para resolver problemas de optimización de rutas de vehículos, específicamente TSP y las variantes del VRP.

* Se logró la conformación de una estructura y arquitectura del proyecto sólida implementando patrones de diseño para mejorar la mantenibilidad y escalabilidad.
* Se consiguieron resolver los problemas VRP con ventanas de tiempo, VRP con capacidad, VRP con entrega y recogida, VRP con múltiples depósitos y TSP.
* OR-Tools demostró ser robusta y adaptable gracias a su capacidad de manejar combinaciones de restricciones y distintas instancias de los problemas.
* GLS y GD demostraron ser las metaheurísticas más efectivas para resolver los problemas, mientras que las heurísticas PCA, LCI, PMCA y SV mostraron una eficiencia constante en la resolución de instancias de diferentes tamaños, destacando especialmente PCA.

## **Capítulo 3: Análisis comparativo y predicción de los algoritmos**

### **3.1.** **Introducción**

En este capítulo, se realiza un análisis comparativo entre las soluciones generadas por varias bibliotecas y los resultados obtenidos en el capítulo anterior con el uso de los algoritmos proporcionados por la biblioteca OR-Tools. El enfoque de este análisis está en evaluar la eficiencia de la biblioteca OR-Tools en la resolución de variantes de Problemas de Planificación de Rutas de Vehículos (VRP). Se realiza la prueba de Wilcoxon para analizar las diferencias entre las herramientas a comparar.

Se entrenan y se utilizan modelos de bosques de decisión para predecir cuáles son los mejores algoritmos que ofrece OR-Tools según las características de la instancia de un problema específico, mejorando así la precisión en la selección del algoritmo más adecuado para cada situación.

Se consideran diversos factores tanto para la comparación como para la predicción, tales como el tiempo de ejecución del algoritmo, la distancia total recorrida por todas las rutas generadas, y la cantidad de rutas utilizadas. Estos aspectos se evalúan mediante diferentes instancias de cada problema, lo que permite determinar con qué algoritmo ofrece los mejores resultados según las características específicas de cada problema e instancia.

### **3.2. Comparación con la biblioteca BHCVRP [49]**

En este epígrafe, se comparan los resultados obtenidos utilizando OR-Tools y la versión en Python de BHCVRP. Se emplean 20 instancias de la variante CVRP donde 5 de ellas presentan una flota heterogénea (aquellas cuyo nombre comienza con HFVRP) y 10 una flota homogénea. Se utilizan las distancias euclidean y manhattan como métricas.

Estas instancias se derivan del artículo de Homberger y Gehring del año 1999 [33], mencionado en el capítulo 1. Aunque originalmente se utilizaron para la variante VRPTW, en el experimento realizado se han ignorado los datos de ventanas de tiempo para resolver la variante CVRP con estas instancias. Los resultados mostrados para OR-Tools son los mismos obtenidos en el experimento del capítulo 2 en la sección de la variante CVRP.

Para llevar a cabo esta comparación, se consideraron varios factores clave que son determinantes en la evaluación de los algoritmos brindados por las bibliotecas. En primer lugar, se analiza el tiempo de ejecución requerido para encontrar y devolver una solución viable. Este aspecto es crucial en aplicaciones del mundo real, donde la rapidez de respuesta puede ser un factor decisivo. Además, se examina la calidad de las soluciones proporcionadas, específicamente en términos de la distancia total recorrida por todas las rutas y la cantidad de rutas que se requieren en la solución. Este factor es fundamental, ya que una menor distancia recorrida se traduce directamente en una mayor eficiencia operativa y una reducción en los costos asociados.

A continuación, la Tabla 19 refleja la comparación de los resultados utilizando la distancia euclideana, mientras que la Tabla 20 muestra los resultados utilizando la distancia manhattan.

**Tabla 19:** Comparación entre BHCVRP vs OR-Tools para la variante CVRP utilizando la distancia euclideana.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **BHCVRP** | | | **OR-Tools** | | |
| **Instancia** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Tiempo de ejecución**  **(seg)** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Tiempo de ejecución (seg)** |
| **CVRP\_1** | **558.89** | 4 | 0.54 | 2 152.00 | 4 | **0.13** |
| **CVRP\_4** | **787.61** | 6 | 1.25 | 3 916.00 | 6 | **0.33** |
| **CVRP\_p3** | **666.86** | 3 | 15.75 | 4 133.00 | 3 | **0.27** |
| **CVRP\_p5** | **814.49** | 4 | 36.10 | 4 534.00 | 4 | **0.55** |
| **CVRP\_p14** | **6 134.72** | 4 | 94.80 | 9 300.00 | 4 | **14.44** |
| **HFVRP\_1** | **550.34** | 4 | 0.48 | 3 225.00 | 4 | **0.14** |
| **HFVRP\_4** | **799.87** | 6 | 9.36 | 3 730.00 | 4 | **0.30** |
| **HFVRP\_p3** | **666.311** | 3 | 1.35 | 4 030.00 | 3 | **0.21** |
| **HFVRP\_p5** | **768.28** | 3 | 347 | 1 512.00 | 3 | **0.69** |
| **HFVRP\_p14** | **6 125.32** | 4 | 5226 | 9 325.00 | 4 | **12.70** |
| **C1\_2\_1** | **2 391.66** | 18 | 9.71 | 2 793.00 | 18 | **1.52** |
| **C1\_2\_4** | **2 449.29** | 18 | 4.83 | 2 793.00 | 18 | **1.54** |
| **C1\_2\_5** | **2 338.88** | 18 | 4.98 | 2 793.00 | 18 | **1.53** |
| **C1\_2\_6** | **2 449.94** | 18 | 4.93 | 2 793.00 | 18 | **1.64** |
| **C1\_2\_8** | **2 417.94** | 18 | 5.04 | 2 793.00 | 18 | **1.53** |
| **C1\_4\_1** | **6 239.59** | 36 | 136.57 | 7 245.00 | 36 | **8.69** |
| **C1\_4\_4** | **6 394.63** | 36 | 57.28 | 7 245.00 | 36 | **8.99** |
| **C1\_6\_1** | **13 386.91** | 56 | 62.29 | 14 148.00 | 56 | **19.09** |
| **C1\_6\_2** | **13 222.27** | 56 | 81.74 | 14 148.00 | 56 | **19.18** |
| **C1\_6\_3** | **12 744.52** | 56 | 79.73 | 14 148.00 | 56 | **19.09** |

**Tabla 20:** Comparación entre BHCVRP vs OR-Tools para la variante CVRP utilizando la distancia manhattan.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **BHCVRP** | | | **OR-Tools** | | |
| **Instancia** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Tiempo de ejecución**  **(seg)** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Tiempo de ejecución (seg)** |
| **CVRP\_1** | **756.00** | 4 | 0.4817 | 2 972.00 | 4 | **0.11** |
| **CVRP\_4** | **934.00** | 6 | 2.8849 | 5 526.00 | 6 | **0.13** |
| **CVRP\_p3** | **897.00** | 3 | 16.3997 | 5 726.00 | 3 | **0.27** |
| **CVRP\_p5** | **1 029.00** | 4 | 5.9259 | 6 322.00 | 4 | **0.48** |
| **CVRP\_p14** | **6 460.00** | 5 | 232.7621 | 12 580.00 | 4 | **6.14** |
| **HFVRP\_1** | **640.00** | 2 | 1.1869 | 3 676.00 | 4 | **0.20** |
| **HFVRP\_4** | **892.00** | 3 | 16.5868 | 5 086.00 | 5 | **0.37** |
| **HFVRP\_p3** | **835.00** | 3 | 4.7913 | 5 612.00 | 3 | **0.24** |
| **HFVRP\_p5** | **1 010.00** | 3 | 2.4405 | 1 938.00 | 3 | **0.49** |
| **HFVRP\_p14** | **7 800.00** | 4 | 95.0211 | 12 660.00 | 4 | **6.38** |
| **C1\_2\_1** | **3 118.00** | 18 | 19.5793 | 3 684.00 | 18 | **1.58** |
| **C1\_2\_4** | **3 365.00** | 18 | 19.9045 | 3 684.00 | 18 | **1.58** |
| **C1\_2\_5** | **3 189.00** | 18 | 18.1829 | 3 684.00 | 18 | **1.58** |
| **C1\_2\_6** | **3 140.00** | 18 | 19.9371 | 3 684.00 | 18 | **1.59** |
| **C1\_2\_8** | **3 234.00** | 18 | 18.4007 | 3 684.00 | 18 | **1.58** |
| **C1\_4\_1** | **8 053.00** | 36 | 240.5319 | 9 112.00 | 36 | **7.09** |
| **C1\_4\_4** | **8 342.00** | 36 | 240.7538 | 9 112.00 | 36 | **7.14** |
| **C1\_6\_1** | **16 410.00** | 56 | 1 254.2598 | 18 760.00 | 56 | **17.72** |
| **C1\_6\_2** | **16 740.58** | 56 | 1 582.2116 | 18 760.00 | 56 | **17.65** |
| **C1\_6\_3** | **16 360.97** | 56 | 1 358.9239 | 18 760.00 | 56 | **17.57** |

Los resultados presentados en la tabla comparativa revelan que la biblioteca BHCVRP demostró un desempeño superior a la biblioteca OR-Tools en todas las instancias analizadas, en términos de calidad de las soluciones. Sin embargo, OR-Tools destacó por su menor tiempo de ejecución.

Cabe recalcar que en instancias pequeñas (de 50 a 100 nodos) BHCVRP superó a OR-Tools por una gran diferencia en el costo total, mientras que para las instancias más grandes (de 200 a 600 nodos) la diferencia entre ambas resultó ser mucho más pequeña.

En la Ilustración 5 se muestra un gráfico para ilustrar lo antes mencionado, comparando las soluciones obtenidas en términos de distancia total recorrida para ambas bibliotecas. Mientras que en la Ilustración 6 se refleja la diferencia en términos de tiempo de ejecución para ambas bibliotecas.

**Ilustración 5**: Gráfico de comparación entre las distancias totales de BHCVRP vs OR-Tools.

**Ilustración 6:** Gráfico de comparación entre los tiempos de ejecución de BHCVRP vs OR-Tools.

#### **3.2.1. Prueba de Wilcoxon entre BHCVRP vs OR-Tools**

La prueba de Wilcoxon es una prueba no paramétrica utilizada para comparar dos muestras emparejadas o relacionadas. En este caso, se utiliza para comparar dos bibliotecas, OR-Tools y BHCVRP en cuanto a calidad de las soluciones obtenidas y tiempo de ejecución. Los resultados se muestran en la Tabla 21 y la Tabla 22, respectivamente.

**Tabla 21:** Resultados de la prueba de Wilcoxon entre BHCVRP vs OR-Tools para distancia total.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Biblioteca** | **R+(Suma de rangos positivos)** | **R−(Suma de rangos negativos)** | **Valor P exacto** | **Valor P asintótico** | **Intervalo de confianza para**  **α = 0.90 y α = 0.95** | **Confianza exacta** |
| **OR-Tools vs BHCVRP** | 210.0 | 0.0 | ≥ 0.2 | 0.000082 | [-3719.51,-143.06] | 0 |

**Tabla 22:** Resultados de la prueba de Wilcoxon entre BHCVRP vs OR-Tools para tiempo de ejecución.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Biblioteca** | **R+(Suma de rangos positivos)** | **R−(Suma de rangos negativos)** | **Valor P exacto** | **Valor P asintótico** | **Intervalo de confianza para**  **α = 0.90 y α = 0.95** | **Confianza exacta** |
| **OR-Tools vs BHCVRP** | 210.0 | 0.0 | ≥ 0.2 | 0.000076 | [-5213.3,-0.34] | 0 |

**Interpretación de los resultados:**

* Valor P exacto y Valor P asintótico: el valor P exacto es mayor o igual a 0.2 y el valor P asintótico es < 0.05, lo que indica que hay una diferencia significativa entre OR-Tools y BHCVRP en ambos casos .
* Intervalos de confianza: el intervalo de confianza para α = 0.90 y α = 0.95 indica que, con un 90% y un 95% de confianza, respectivamente, la mediana de las diferencias entre OR-Tools y BHCVRP se encuentra dentro de los rangos negativos representados en ambos casos.

### **3.3. Comparación con el artículo de Homberger y Gehring [33]**

En este epígrafe se presenta la comparación de las soluciones de [33], con los resultados obtenidos utilizando la biblioteca OR-Tools, en la variante VRPTW. Se han empleado 23 instancias de distintos tamaños (de 200 a 600 nodos), utilizando la distancia euclidiana como medida ya que es la empleada por el artículo a comparar. Los resultados mostrados para OR-Tools son los mismos obtenidos en el experimento del capítulo 2 en la sección de la variante VRPTW.

Para realizar esta comparación, se han considerado factores como la distancia total recorrida y la cantidad de rutas empleadas. Una menor distancia total implica una reducción de los costos y un aumento en la eficiencia, lo cual es fundamental para determinar la mejor solución entre las dos metodologías comparadas.

En la Tabla 23 se muestra la comparación entre los resultados obtenidos en [33] y OR-Tools teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente.

**Tabla 23:** Comparación entre el artículo de Homberger y Gehring del año 1999 vs OR-Tools para la variante VRPTW.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Homberger y Gehring del año 1999** | | **OR-Tools** | |
| **Instancia** | **Distancia total** | **Total de rutas** | **Distancia total** | **Total de rutas** |
| **C1\_2\_1** | **2 698.6** | 20 | 2 990.0 | 21 |
| **C1\_2\_2** | **2 694.3** | 20 | 2 761.0 | 20 |
| **C1\_2\_3** | **2 675.8** | 20 | 2 828.0 | 19 |
| **C1\_2\_4** | **2 625.6** | 19 | 2 815.0 | 20 |
| **C1\_2\_5** | **2 694.9** | 20 | 3 105.0 | 21 |
| **C1\_2\_6** | **2 694.9** | 20 | 2 859.0 | 21 |
| **C1\_2\_7** | **2 694.9** | 20 | 2 811.0 | 21 |
| **C1\_2\_8** | **2 684.0** | 20 | 2 708.0 | 20 |
| **C1\_2\_9** | **2 639.6** | 19 | 2 963.0 | 20 |
| **C1\_2\_10** | **2 624.7** | 19 | 2 861.0 | 20 |
| **C1\_4\_1** | **7 138.8** | 40 | 7 242.0 | 40 |
| **C1\_4\_2** | **7 113.3** | 40 | 7 427.0 | 40 |
| **C1\_4\_3** | **6 929.9** | 38 | 7 711.0 | 41 |
| **C1\_4\_4** | **6 777.7** | 37 | 7 491.0 | 38 |
| **C1\_4\_5** | **7 138.8** | 40 | 7 440.0 | 41 |
| **C1\_4\_6** | **7 140.1** | 40 | 7 478.0 | 42 |
| **C1\_4\_7** | **7 136.2** | 40 | 7 477.0 | 40 |
| **C1\_4\_8** | **7 083.0** | 39 | 7 557.0 | 42 |
| **C1\_4\_9** | **6 927.8** | 37 | 7 521.0 | 39 |
| **C1\_4\_10** | **6 825.4** | 37 | 7 343.0 | 38 |
| **C1\_6\_1** | **14 076.6** | 60 | 15 364.0 | 64 |
| **C1\_6\_2** | **13 948.3** | 58 | 16 759.0 | 63 |
| **C1\_6\_3** | **13 756.5** | 57 | 15 778.0 | 59 |

Los resultados obtenidos indican que OR-Tools fue superado por el método propuesto por [33] tanto en la eficiencia de las rutas utilizadas como en la calidad de las soluciones generadas. Es importante señalar que, en instancias de menor tamaño, las soluciones y cantidad de rutas utilizadas son bastante similares. Sin embargo, a medida que aumenta el tamaño de las instancias, las diferencias entre los dos algoritmos se vuelven más pronunciadas.

Esto sugiere que, aunque OR-Tools puede generar buenas soluciones en problemas de menor escala, su rendimiento se ve comprometido en escenarios de mayor complejidad, donde el método propuesto en [33] demuestra una mayor robustez y eficiencia en la variante VRPTW. Para un mejor entendimiento la Ilustración 7 expone las distancias totales obtenidas por la biblioteca OR-Tools y [33], donde se reflejan las conclusiones mencionadas anteriormente.

**Ilustración 7:** Gráfico de comparación entre las distancias totales del artículo de Homberger y Gehring vs OR-Tools.

#### **3.3.1. Prueba de Wilcoxon entre Homberger y Gehring vs OR-Tools**

En esta sección se compara el algoritmo presentado en [33] con la biblioteca OR-Tools, con el propósito de determinar si existen diferencias significativas entre ellos. Para ello, se ha aplicado la prueba de Wilcoxon, cuyos resultados se presentan en la Tabla 24.

**Tabla 24:** Resultados de la prueba de Wilcoxon entre Homberger y Gehring vs OR-Tools.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Biblioteca** | **R+(Suma de rangos positivos)** | **R−(Suma de rangos negativos)** | **Valor P exacto** | **Valor P asintótico** | **Intervalo de confianza para**  **α = 0.90 y α = 0.95** | **Confianza exacta** |
| **OR-Tools vs Homberger y Gehring del año 1999** | 324.0 | 1.0 | ≥ 0.2 | 0.000013 | [-12,213.4 , 14.6] | 0 |

**Interpretación de los resultados:**

* Valor P exacto y Valor P asintótico: un valor p exacto ≥ 0.2 y un valor p asintótico de 0.000013 < 0.05 indican que hay una baja probabilidad de que las diferencias observadas sean por azar, sugiriendo una diferencia significativa entre los algoritmos.
* Intervalos de confianza: el intervalo de confianza es de [-12,213.4, 14.6] para ambos niveles de confianza (90% y 95%), lo que sugiere que hay una alta variabilidad en las diferencias observadas, ya que es un intervalo amplio.

**3.4. Predicción utilizando bosques de decisión**

En este epígrafe, se aborda el uso de bosques de decisión para predecir las heurísticas y metaheurísticas más efectivas en la resolución de problemas VRP. Los bosques de decisión son una herramienta poderosa para identificar patrones y seleccionar la mejor estrategia, basándose en características específicas de las instancias del problema, como la cantidad de nodos, vehículos disponibles, capacidad de los vehículos y demanda promedio de los nodos. Estos factores son fundamentales para elegir el algoritmo adecuado, mejorando la eficiencia al reducir la necesidad de prueba y error.

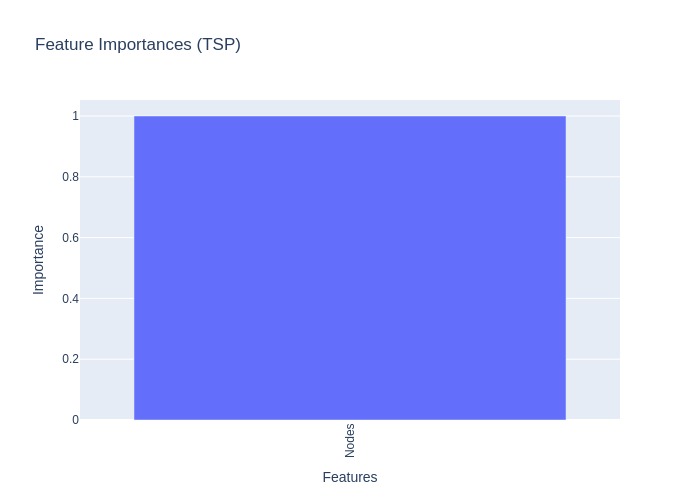
El modelo propuesto predice el algoritmo más eficaz para cada instancia, combinando una heurística como solución inicial con una metaheurística que optimiza esa solución. Para mejorar la capacidad predictiva, se utilizan múltiples árboles de decisión en un modelo *Random Forest*, lo que reduce el sobreajuste y aumenta la robustez. Este enfoque mejora la calidad de las soluciones obtenidas los problemas TSP, CVRP, VRPTW, MDVRP y VRPPD.

La configuración del modelo incluye el preprocesamiento de datos, la aplicación de técnicas como *SMOTE* para balancear clases y la división de los datos en conjuntos de entrenamiento y prueba. Además, se seleccionan las características más relevantes mediante *SelectKBest* y *PCA*, y se entrena el modelo usando *RandomForestClassifier*, con una optimización de hiperparámetros que incluye n\_estimators, max\_depth y min\_samples\_split. La evaluación se realiza con métricas como precisión, puntuación F1 y validación cruzada, asegurando un modelo robusto y bien calibrado.

El dataset utilizado para entrenar y evaluar el modelo fue obtenido de las 10 iteraciones realizadas para cada uno de los problemas mencionados en el capítulo 2. Estos datos fueron cuidadosamente recopilados para representar diferentes instancias de los problemas. El modelo fue entrenado utilizando el 70% de este dataset, mientras que el 30% restante se destinó a las pruebas, permitiendo así una evaluación efectiva de su rendimiento y asegurando que el modelo sea capaz de generalizar correctamente a nuevas instancias.

**3.4.1. Resultados para TSP**

En este epígrafe se presentan los resultados obtenidos a partir del modelo de predicción aplicado al problema del TSP, utilizando las instancias descritas en el capítulo 2. En la Ilustración 9 se destacan las características más relevantes para la predicción, las cuales fueron seleccionadas mediante la técnica SelectKBest, mencionada en la sección previa. A través de este proceso, se descartaron aquellas variables que no aportaban información significativa al modelo.



**Ilustración 8:** Gráfico de las características relevantes de la predicción de TSP.

Los resultados evidencian que la característica con mayor impacto en la predicción es la cantidad de nodos del problema, alcanzando una relevancia máxima de 1. Este comportamiento se mantuvo constante para todos los tipos de distancia evaluados.

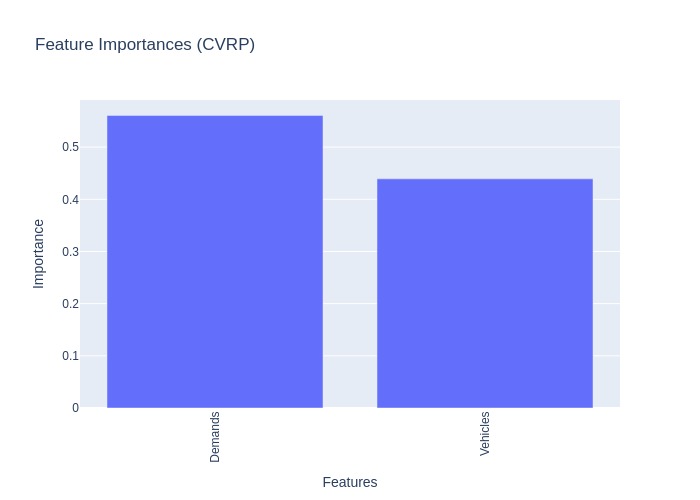
Los parámetros que ofrecieron el mejor desempeño en la configuración del modelo fueron los siguientes:

{'bootstrap': True, 'criterion': 'entropy', 'max\_depth': 30, 'max\_features': 'sqrt', 'min\_samples\_leaf': 8, 'min\_samples\_split': 8, 'n\_estimators': 221}.

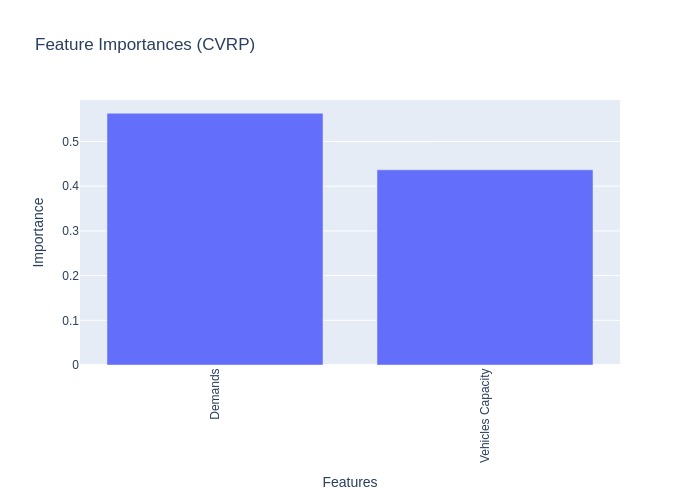
Las métricas de evaluación obtenidas reflejan un desempeño óptimo del modelo en ambos casos. La precisión alcanzó un valor de 1.0, lo que indica que todas las predicciones realizadas por el modelo fueron correctas. De manera consistente, la puntuación F1 ponderada también registró un valor de 1.0, lo que confirma un equilibrio perfecto entre precisión y recall en la clasificación de las instancias. Adicionalmente, la validación cruzada arrojó una puntuación de [1.0, 1.0, 1.0, 1.0], evidenciando que el modelo mantiene un rendimiento uniforme en distintos subconjuntos de los datos.

**3.4.2. Resultados para CVRP**

En este epígrafe se presentan los resultados del modelo de predicción aplicado al problema CVRP, utilizando las instancias descritas en la capítulo 2. La Ilustración 10 muestra las características más relevantes para la predicción con la distancia Euclidean, donde destacan el promedio de demandas y la cantidad de vehículos. En contraste, en la Ilustración 11, correspondiente a la distancia Manhattan, el promedio de demandas sigue siendo la variable más significativa, pero la segunda característica más importante es la capacidad de los vehículos.



**Ilustración 9:** Gráfico de las características relevantes de la predicción de CVRP utilizando Euclidean.



**Ilustración 10:** Gráfico de las características relevantes de la predicción de CVRP utilizando Manhattan.

Los mejores parámetros identificados para cada caso fueron:

* Euclidean: {'bootstrap': True, 'criterion': 'gini', 'max\_depth': 100, 'max\_features': 'log2', 'min\_samples\_leaf': 8, 'min\_samples\_split': 6, 'n\_estimators': 983}.
* Manhattan: {'bootstrap': True, 'criterion': 'entropy', 'max\_depth': 30, 'max\_features': 'sqrt', 'min\_samples\_leaf': 8, 'min\_samples\_split': 8, 'n\_estimators': 221}.

En cuanto a las métricas de evaluación, los resultados obtenidos con la distancia Euclidean fueron menos satisfactorios, con una precisión de 0.3523 y una puntuación F1 ponderada de 0.2514, lo que indica un bajo desempeño del modelo. Los resultados arrojaron que el modelo no logra identificar correctamente varias clases, posiblemente debido a un desbalance en la cantidad de instancias por clase. Sin embargo, algunas combinaciones de estrategias de optimización obtuvieron mejores resultados como:

* EVALUATOR\_STRATEGY\_and\_GUIDED\_LOCAL\_SEARCH
* PATH\_CHEAPEST\_ARC\_and\_TABU\_SEARCH

Por otro lado, la distancia Manhattan mostró un desempeño significativamente superior, con una precisión de 0.6559 y una puntuación F1 ponderada de 0.6069. El modelo logró identificar correctamente un mayor número de instancias, especialmente en clases con mayor representación, aunque persiste cierto sesgo hacia estas. Las estrategias mejor clasificadas incluyen:

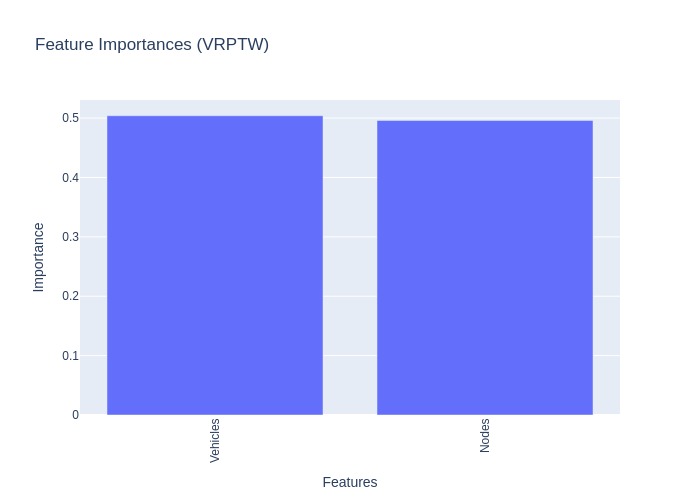
* PATH\_CHEAPEST\_ARC\_and\_GUIDED\_LOCAL\_SEARCH
* PATH\_MOST\_CONSTRAINED\_ARC\_and\_GUIDED\_LOCAL\_SEARCH

Estos resultados sugieren que la selección de la métrica de distancia influye significativamente en el desempeño del modelo, siendo la distancia Manhattan la opción más adecuada dentro de las configuraciones evaluadas.

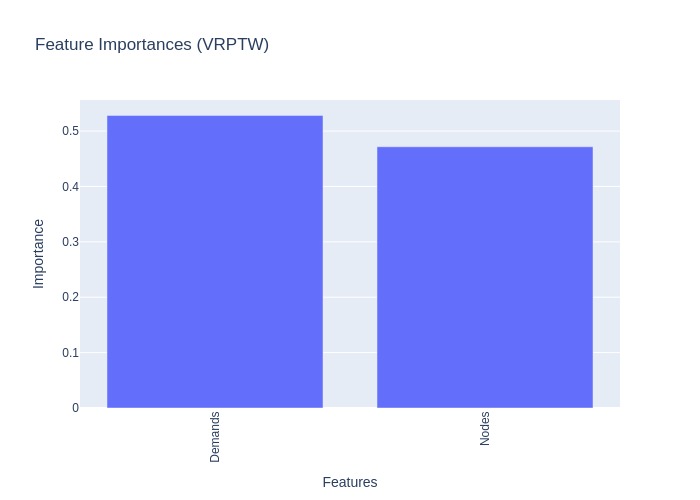
**3.4.3. Resultados para VRPTW**

En este epígrafe se presentan los resultados obtenidos al aplicar el modelo de predicción al problema VRPTW, utilizando las instancias descritas en el capítulo 2. La Ilustración 12 muestra las características más relevantes para la predicción al emplear la distancia Euclidiana, mientras que la Ilustración 13 presenta el caso correspondiente a la distancia Manhattan.

Se observa que ambas métricas comparten una característica clave: la cantidad de nodos. Sin embargo, en el caso de la distancia Euclidiana, la cantidad de vehículos tuvo un mayor impacto en la predicción, mientras que en la distancia Manhattan, la variable más influyente fue el promedio de demandas.



**Ilustración 11:** Gráfico de las características relevantes de la predicción de VRPTW utilizando Euclidean.



**Ilustración 12:** Gráfico de las características relevantes de la predicción de VRPTW utilizando Manhattan.

Los parámetros que mejor desempeño tuvieron fueron:

* Euclidean:  
  {'bootstrap': True, 'criterion': 'entropy', 'max\_depth': 30, 'max\_features': 'sqrt', 'min\_samples\_leaf': 8, 'min\_samples\_split': 8, 'n\_estimators': 221}
* Manhattan:  
  {'bootstrap': False, 'criterion': 'gini', 'max\_depth': 50, 'max\_features': 'sqrt', 'min\_samples\_leaf': 2, 'min\_samples\_split': 13, 'n\_estimators': 513}

Los resultados obtenidos reflejan un bajo desempeño del modelo en ambas configuraciones. En el caso de la distancia Euclidiana, se obtuvo una precisión de 0.1236 y una puntuación F1 ponderada de 0.0292. La validación cruzada arrojó valores de [0.16, 0.16, 0.12, 0.16, 0.2]. La clase con mejor desempeño fue FIRST\_UNBOUND\_MIN\_VALUE\_and\_GENERIC\_TABU\_SEARCH, con una precisión de 0.11 y un recall de 1.00, aunque con una puntuación F1 baja.

Por otro lado, en el caso de la distancia Manhattan, la precisión obtenida fue de 0.1242, mientras que la puntuación F1 ponderada alcanzó 0.0296. Los valores de validación cruzada fueron [0.12, 0.12, 0.12, 0.12, 0.12]. Si bien los resultados no representaron una mejora significativa respecto al caso Euclidiano, se observó un leve incremento en las métricas de precisión y recall. En esta configuración, las clases con mejor desempeño fueron:

* ALL\_UNPERFORMED\_and\_TABU\_SEARCH
* BEST\_INSERTION\_and\_GREEDY\_DESCENT

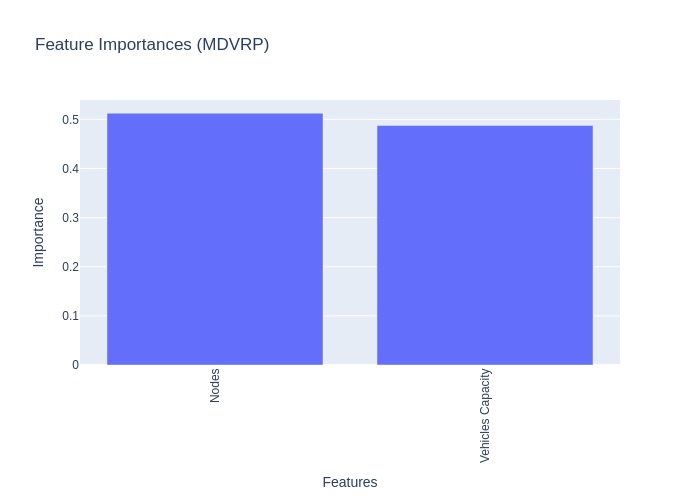
Los resultados obtenidos indican que el modelo de predicción no logró un desempeño satisfactorio en la clasificación del problema VRPTW. Las métricas reflejan una baja capacidad predictiva en ambas configuraciones de distancia, lo que sugiere que el modelo no está capturando adecuadamente las características del problema. Aunque se identificaron algunas clases con mejor desempeño, la mayoría de las predicciones presentan valores de precisión y recall bajos.

**3.4.4. Resultados para MDVRP**

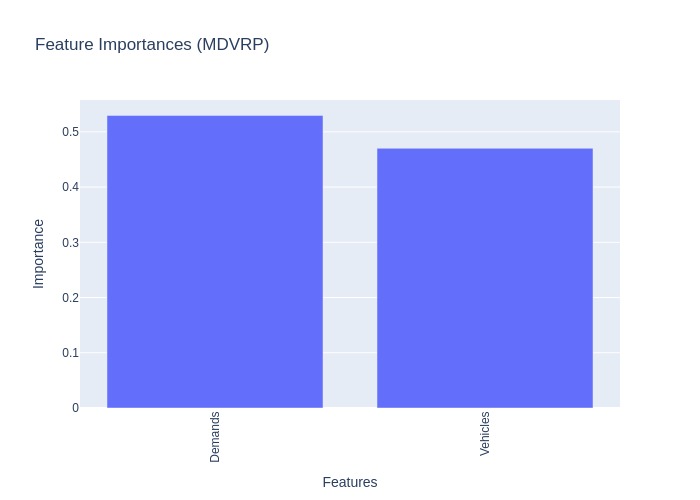
Este epígrafe presenta los resultados del modelo de predicción aplicado al problema MDVRP, utilizando las instancias descritas en el capítulo 2. La Ilustración 14 destaca las características más relevantes para la predicción con distancia Euclidiana, donde la cantidad de nodos y la capacidad de los vehículos fueron los factores más influyentes. En contraste, la Ilustración 15 muestra que, para la distancia Manhattan, los factores determinantes fueron el promedio de las demandas y la cantidad de vehículos.

El modelo obtuvo su mejor desempeño con los siguientes parámetros: {'bootstrap': True, 'criterion': 'entropy', 'max\_depth': 30, 'max\_features': 'sqrt', 'min\_samples\_leaf': 8, 'min\_samples\_split': 8, 'n\_estimators': 221}.

Las métricas de evaluación reflejan un desempeño óptimo en ambas configuraciones, con una precisión del 100 % y una puntuación F1 ponderada de 1.0. Asimismo, la validación cruzada confirma la consistencia del modelo con valores de 1.0 en todas las iteraciones. Estos resultados evidencian la alta efectividad del modelo en la clasificación del problema bajo ambas métricas de distancia.



**Ilustración 13:** Gráfico de las características relevantes de la predicción de MDVRP utilizando Euclidean.



**Ilustración 14:** Gráfico de las características relevantes de la predicción de MDVRP utilizando Manhattan.

**3.4.5. Resultados para VRPPD**

Este epígrafe presenta los resultados del modelo de predicción aplicado al problema VRPPD, utilizando las instancias descritas en el capítulo 2. El análisis reveló que, en la distancia Euclidiana, la capacidad de los vehículos fue la característica más relevante, mientras que, en la distancia Manhattan, la cantidad de nodos tuvo un mayor impacto.

Los parámetros óptimos identificados fueron:

* Euclidean: {'bootstrap': True, 'criterion': 'entropy', 'max\_depth': 30, 'max\_features': 'sqrt', 'min\_samples\_leaf': 8, 'min\_samples\_split': 8, 'n\_estimators': 221}
* Manhattan: {'bootstrap': False, 'criterion': 'gini', 'max\_depth': 50, 'max\_features': 'sqrt', 'min\_samples\_leaf': 2, 'min\_samples\_split': 13, 'n\_estimators': 513}

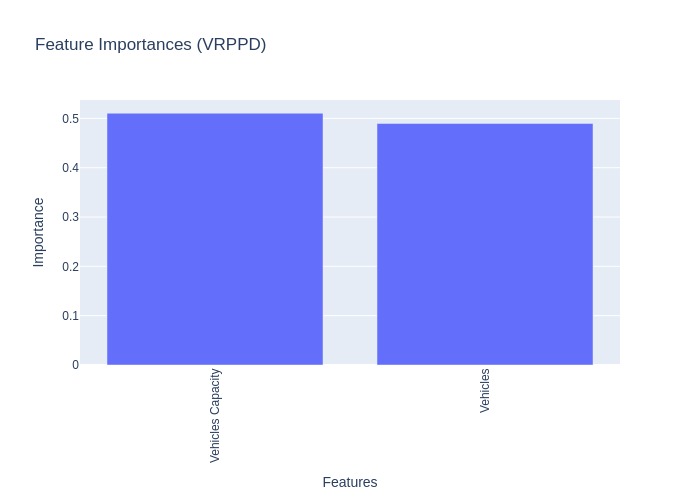
Las métricas obtenidas reflejan un rendimiento superior en el caso Euclidiano, con una precisión del 85.89 % y una puntuación F1 ponderada de 0.8187, mientras que en la distancia Manhattan la precisión alcanzó el 65.73 % con una puntuación F1 de 0.5602. La validación cruzada evidenció consistencia en ambas configuraciones.

En términos de estrategias, el modelo Euclidiano identificó combinaciones óptimas como:

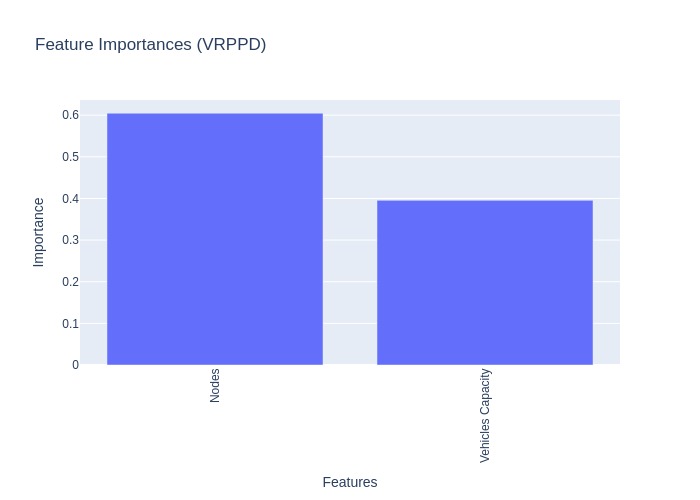
GUIDED\_LOCAL\_SEARCH, TABU\_SEARCH y GREEDY\_DESCENT con FIRST\_UNBOUND\_MIN\_VALUE, GLOBAL\_CHEAPEST\_ARC y PATH\_CHEAPEST\_ARC

Por su parte, la configuración Manhattan destacó estrategias como:

* ALL\_UNPERFORMED\_and\_TABU\_SEARCH
* FIRST\_UNBOUND\_MIN\_VALUE\_and\_GENERIC\_TABU\_SEARCH



**Ilustración 15:** Gráfico de las características relevantes de la predicción de VRPPD utilizando Euclidean.



**Ilustración 16:** Gráfico de las características relevantes de la predicción de VRPPD utilizando Manhattan.

Estos resultados confirman que la distancia Euclidiana ofrece un mejor desempeño predictivo en este contexto, evidenciando una mayor capacidad del modelo para clasificar estrategias de manera precisa.

### **3.5. Conclusiones parciales**

En este capítulo se ejecutaron las comparaciones y predicciones de los resultados obtenidos en el capítulo 2 utilizando la biblioteca OR-Tools en la resolución de problemas de optimización de rutas.

* Se llevaron a cabo pruebas detalladas para evaluar el desempeño de la biblioteca en la resolución de los problemas, como pruebas de rendimiento (tiempo de ejecución) y calidad de las soluciones.
* Se validaron los resultados con un incremento gradual de la complejidad, así como con instancias pequeñas e instancias más complejas para verificar la consistencia y estabilidad de las soluciones.
* Los resultados de la comparación arrojaron que para las instancias utilizadas del problema CVRP la biblioteca BHCVRP aporta mejores soluciones que OR-Tools. Mientras que OR-Tools obtiene mejores tiempos de ejecución.
* Los resultados de la comparación arrojaron que para las instancias utilizadas del problema VRPTW los resultados del artículo de Homberger y Gehring del año 1999 brindaron mejores soluciones que OR-Tools.
* El desempeño del modelo varió según el problema y la métrica de distancia. En general, la distancia Euclidiana fue superior, excepto en CVRP, donde Manhattan alcanzó un 66% de precisión frente a un 35%.
* Se realizaron predicciones con bosques de decisión donde MDVRP, TSP y VRPPD lograron una precisión elevada, resaltando las dos primeras con un F1-score de 1.0. Mientras que VRPTW tuvo el peor desempeño (12%) y CVRP tuvo un desbalance de clases que impactó en los resultados, favoreciendo la clasificación de clases más representadas y afectando a las menos frecuentes.

# **Conclusiones**

Este trabajo se centró en la experimentación con la biblioteca OR-Tools para resolver problemas de optimización de rutas de vehículos, específicamente TSP y las variantes VRP. La experimentación se llevó a cabo en varias fases, desde una revisión exhaustiva del estado del arte y los conceptos teóricos hasta la implementación práctica de soluciones usando la biblioteca para evaluar sus fortalezas y debilidades en este ámbito.

* Existen en el estado del arte diversos trabajos que dan solución a los problemas de optimización de rutas de vehículos donde se implementan técnicas heurísticas y metaheurísticas.
* En la búsqueda realizada se identificaron diversas herramientas de optimización, cuyas ventajas y desventajas fueron resumidas para su comparación. Entre estas herramientas, OR-Tools demostró ser robusta, versátil y capaz de implementar una amplia variedad de técnicas esenciales en la optimización combinatoria. Sin embargo, no presenta una guía donde se evalúe las ventajas y desventajas de la biblioteca en la optimización de rutas.
* Se plantearon soluciones para resolver los problemas TSP, CVRP, VRPTW, VRPPD y MDVRP, evaluando los resultados obtenidos en diferentes tipos de instancias, teniendo en cuenta los tiempos de ejecución y la calidad de las soluciones.
* Las metaheurísticas recomendadas para la resolución de los problemas son GLS, GD, TS, mientras que las heurísticas son LCCI, SV, PCI, CH, PCA, SCI. Estas técnicas demostraron ser eficientes en diferentes tamaños de instancias de distintos problemas.
* Los resultados obtenidos en la comparación de OR-Tools con la biblioteca BHCVRP y el algoritmo de Homberger y Gehring del año 1999 mostraron que OR-Tools fue superado en la calidad de las soluciones por ambas. Sin embargo, se destacó en términos de rendimiento en el tiempo de ejecución.
* Los modelos de predicción con bosques de decisión mostraron un mejor desempeño con la distancia Euclidiana, excepto en CVRP, donde Manhattan superó a Euclidian. En VRPPD, las estrategias GUIDED\_LOCAL\_SEARCH, TABU\_SEARCH y GREEDY\_DESCENT fueron las más efectivas. MDVRP y TSP lograron precisión y F1-score de 1.0, mientras que VRPTW tuvo un desempeño muy bajo. El desbalance de clases afectó los resultados, favoreciendo a las clases más representadas.
* La biblioteca demostró ser una herramienta eficaz para la optimización de rutas de vehículos, capaz de devolver buenas soluciones en un corto tiempo, aunque fue superada por otras herramientas.

# **Recomendaciones**

Después de identificar las fortalezas y debilidades de la biblioteca OR-Tools para abordar los problemas presentados en este informe (CVRP, VRPTW, MDVRP, TSP, VRPPD), se plantea lo siguiente para el seguimiento de la tesis:

* Explorar el Subproblema de Selección de Paradas (*Bus Stop Selection*, BSS) y el Problema de Rutas de Autobuses Escolares (*School Bus Routing Problem*, SBRP) utilizando tanto los módulos de la biblioteca como algoritmos desarrollados internamente, proporcionando las limitaciones y ventajas de la biblioteca en estos problemas.
* Analizar el Principio de Substitución de Liskov (*Liskov Substitution Principle)* que implementa OR-Tools para combinarla con BHCVRP y el componente BSS.
* Debido a que resultaron ser buenas las soluciones de las heurísticas implementadas en BHCVRP, investigar la posibilidad de combinarlas con las metaheurísticas de OR-Tools.

# **Referencias bibliográficas**

[1] A. Ramos, P. Sánchez, J. M. Ferrer, J. Barquín, and P. Linares, "Modelos matemáticos de optimización," *Publicación Técnica,* vol. 1, 2010.

[2] A. Aranda and J. Jiménez de Vega, "Optimización de rutas de transporte," *Proyecto de Sistemas Informáticos. Facultad de Informática, Universidad Complutense de Madrid.,* 2013.

[3] S. Gupta, A. Rana, and V. Kansal, "Comparison of Heuristic techniques: A case of TSP," in *2020 10th International Conference on Cloud Computing, Data Science & Engineering (Confluence)*, 2020: IEEE, pp. 172-177.

[4] G. Kim, Y.-S. Ong, C. K. Heng, P. S. Tan, and N. A. Zhang, "City vehicle routing problem (city VRP): A review," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems,* vol. 16, no. 4, pp. 1654-1666, 2015.

[5] R. A. J. Pirabán, "Métodos Aproximados para la Solución del Problema de Enrutamiento de Vehículos (Dic 2008)," *Universidad Nacional de Colombia,* 2018.

[6] M. Á. Morales Hernández, J. M. González Camacho, H. Robles Vásquez, D. H. d. Valle Paniagua, and J. R. Durán Moreno, "Machine Learning Algorithms for Predicting of Academic Achievement," *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo,* vol. 12, no. 24, 2022.

[7] C. Henríquez-Rivas, C. Guerrero-Ortiz, and A. Ávila Barrera, "Trabajo matemático de profesores universitarios: Heurísticas de solución de una tarea," *Educación matemática,* vol. 33, no. 3, pp. 233-262, 2021.

[8] G. Rodríguez Canal, "Estudio de métodos exactos y aproximados para la resolución del problema de localización sin capacidades," *Universidad de Valladolid. Facultad de CienciasAutoridad UVA,* 2020. [Online]. Available: <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/43821>

[9] T. Tetzlaff *et al.*, "Metaheurísticas, búsqueda estocástica y cómputo eficiente en optimización aplicada," in *XXIII Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación (WICC 2021, Chilecito, La Rioja)*, 2021.

[10] S. Heipcke and Y. Colombani, "Xpress mosel: modeling and programming features for optimization projects," in *Operations Research Proceedings 2019: Selected Papers of the Annual International Conference of the German Operations Research Society (GOR), Dresden, Germany, September 4-6, 2019*, 2020: Springer, pp. 677-683.

[11] J. P. García Sabater, "Programación Matemática en Python con PULP," *RIUNET Repositorio UPV,* p. 49, 2021. [Online]. Available: <http://hdl.handle.net/10251/158416>.

[12] P. Virtanen *et al.*, "SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python," *Nature methods,* vol. 17, no. 3, pp. 261-272, 2020.

[13] C. Thibaut, "OR-Tools' Vehicle Routing Solver: A Generic Constraint-Programming Solver with Heuristic Search for Routing Problems (VRPs)," *Cadena González R.A,* February 23 2023. [Online]. Available: [https://hal.science/hal-04015496v1/file/ROADEF\_2023\_OR-Tools\_slides.pdf](https://hal.science/hal-04015496v1/file/ROADEF_2023_ORTools_slides.pdf).

[14] P. Offermann, S. Blom, M. Schönherr, and U. Bub, "Artifact types in information systems design science–a literature review," in *Global Perspectives on Design Science Research: 5th International Conference, DESRIST 2010, St. Gallen, Switzerland, June 4-5, 2010. Proceedings. 5*, 2010: Springer, pp. 77-92.

[15] J. Castillo Ungar, "Problemas NP-completos en grafos," *Universidad de los Andes, Departamento de Matemáticas.,* Mayo 20 2023.

[16] N. Göbel, "The Vehicle Routing Problem Explained," ed. Mathematics & algorithms, 2022.

[17] A. C. P. Pérez, E. S. Ansola, and A. Rosete, "A metaheuristic solution for the school bus routing problem with homogeneous fleet and bus stop selection," *Ingeniería,* vol. 26, no. 2, pp. 233-253, 2021.

[18] D. Ospina-Toro, E. M. Toro-Ocampo, and R. A. Gallego-Rendón, "Solución del MDVRP usando el algoritmo de búsqueda local iterada," *REVISTA COLOMBIANA DE TECNOLOGIAS DE AVANZADA (RCTA),* vol. 1, no. 31, pp. 120-127, 2018.

[19] P. P. Ballesteros Silva and A. Escobar Zuluaga, "Revisión del estado del arte del problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega (VRPPD)," *Ingeniería y Desarrollo,* vol. 34, no. 2, pp. 463-482, 2016.

[20] R. M. Cunquero, "Algoritmos heurísticos en optimización combinatoria," *Valencia: Universodad de Valencia. Retrieved,* vol. 11, no. 01, p. 2012, 2003.

[21] E. C. Gonzalez, W. Adarme-Jaimes, and J. A. Orjuela-Castro, "Stochastic mathematical model for vehicle routing problem in collecting perishable products," *Dyna,* vol. 82, no. 189, pp. 199-206, 2015.

[22] C. Archetti and M. G. Speranza, "The split delivery vehicle routing problem: A survey," *The vehicle routing problem: Latest advances and new challenges,* pp. 103-122, 2008.

[23] M. Jafari-Eskandari, A. Aliahmadi, and G. Khaleghi, "A robust optimisation approach for the milk run problem with time windows with inventory uncertainty: an auto industry supply chain case study," *International Journal of Rapid Manufacturing,* vol. 1, no. 3, pp. 334-347, 2010.

[24] E. J. Guachamin Sánchez, "Modelos integrados de optimización de transporte público: heurísticas para el problema integrado de calendarización y enrutamiento de pasajeros," 2023.

[25] S. Boyd and J. Mattingley, "Branch and bound methods," *Notes for EE364b, Stanford University,* vol. 2006, p. 07, 2007.

[26] J. D. Mantilla Mejía, "Uso del operador swap genera soluciones eficientes computacionales en un caso de enrutamiento de vehículos con enfoque de ventanas de tiempo," *Computer and Electronic Sciences: Theory and Applications,* vol. 2, no. 1, pp. 51-60, 2021.

[27] D. G. Reina, A. T. Córdoba, and Á. R. del Nozal, *Algoritmos Genéticos con Python: Un enfoque practico para resolver problemas de ingeniería*. Marcombo, 2020.

[28] J. A. J. Builes, R. E. A. Sanchez, and L. D. J. Pinzón, "Métodos de búsqueda usando los algoritmos de enjambre de partículas y genético," *Lámpsakos,* no. 16, pp. 52-60, 2016.

[29] D. V. A. ORTEGA, "Implementación de un algoritmo heurístico de Recocido Simulado para el problema de enrutamiento de vehículos con capacidades homogéneas," Tesis de maestría, Universidad Autónoma del Estado de México, 2023. [Online]. Available: <http://riaa.uaem.mx/handle/20.500.12055/3913>

[30] E. López, Ó. Salas, and Á. Murillo, "El problema del agente viajero: un algoritmo determinístico usando búsqueda tabú," *Revista de Matemática: teoría y aplicaciones,* vol. 21, no. 1, pp. 127-144, 2014.

[31] F. Obando-Vidal, N. Díaz-Mariño, and E. Martínez-Flor, "Algoritmo de optimización de colonia de hormigas aplicado a TSP, una revisión sistemática," *Revista Ibérica de Sistemas e Tecnologías de Información,* no. E38, pp. 404-417, 2020.

[32] J. Ruiz-Meza, "Problema de ruteo de vehículos multi-objetivo con entregas y recogidas simultáneas y minimización de emisiones," *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería,* vol. 29, no. 3, pp. 435-449, 2021.

[33] J. Homberger and H. Gehring, "Two evolutionary metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows," *INFOR: Information Systems and Operational Research,* vol. 37, no. 3, pp. 297-318, 1999.

[34] J. B. COLIN, "Diseño de un algoritmo metaheurístico para la solución del Problema de Ruteo de Vehículos MultiDepósito," *RIAA UAEM. Biblioteca Central Universitaria.,* 2024. [Online]. Available: <http://riaa.uaem.mx/handle/20.500.12055/4518>.

[35] J. A. M. Viscaya and M. A. C. Liera, "Una implementacion eficiente de algoritmo memético para TSP," *Instituto Tecnológico de La Paz, División de estudios de posgrado e investigación, La Paz, Baja California Sur, México*.

[36] J. Sui, S. Ding, R. Liu, L. Xu, and D. Bu, "Learning 3-opt heuristics for traveling salesman problem via deep reinforcement learning," in *Asian Conference on Machine Learning*, 2021: PMLR, pp. 1301-1316.

[37] Q. Wang, C. Zhang, and C. Tang, "Discovering Lin-Kernighan-Helsgaun heuristic for routing optimization using self-supervised reinforcement learning," *Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences,* vol. 35, no. 8, p. 101723, 2023.

[38] P. D. R. Vaca, D. V. R. Perez, M. P. O. Díaz, and S. A. D. Pazmiño, "Herramientas tecnológicas utilizadas para la optimización de la gestión de transporte," *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional,* vol. 7, no. 4, p. 6, 2022.

[39] M. A. Herrera Montoya and C. A. Ramírez Beltrán, "La transformada de Fourier fraccional y algunas aplicaciones," Tesis de Diploma, 2022. [Online]. Available: <http://hdl.handle.net/11349/34374>

[40] E. Bressert, "SciPy and NumPy: an overview for developers," *Sebastopol, CA: O'Reilly Media, Inc.,,* 2012. [Online]. Available: <http://oreilly.com/catalog/errata.csp?isbn=9781449305468>.

[41] H. G. Salas, *Programación lineal aplicada-3da edición*. Bogotá, Colombia: Ecoe Ediciones, 2022, p. 389.

[42] D. Molina Pérez and E. Cabrera Estupiñán, "Programación entera para modelos lineales," *Ingeniería Hidráulica y Ambiental,* vol. 35, no. 1, pp. 62-76, 2014.

[43] Y. B. Colina, "Aplicaciones de programación lineal, entera y mixta," *Ingeniería Industrial. Actualidad y Nuevas Tendencias,* vol. 2, no. 7, pp. 85-104, 2011.

[44] K. O’Brien, "ResearchGate," *Journal of the Medical Library Association: JMLA,* vol. 107, no. 2, p. 284, 2019. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/

[45] R. Vine, "Google scholar," *Journal of the Medical Library Association,* vol. 94, no. 1, p. 97, 2006. [Online]. Available: https://scholar.google.com/scholar.

[46] A. L. Packer *et al.*, "SciELO: uma metodologia para publicação eletrônica," *Ciência da informação,* vol. 27, pp. nd-nd, 1998. [Online]. Available: https://scielo.org/es/.

[47] R. S. Estrada, "Pensar y diseñar en plural. Los siete principios del diseño universal," *Revista digital universitaria,* vol. 18, no. 4, 2017.

[48] O. D. G. Alvarez, N. P. L. Larrea, and M. V. R. Valencia, "Análisis comparativo de Patrones de Diseño de Software," *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional,* vol. 7, no. 7, pp. 2146-2165, 2022.

[49] L. Díaz, "Nueva versión de la Biblioteca de Heurísticas de Construcción para Problemas de Planificación de Rutas de Vehículos," Tesis de Diploma, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, 2016.

[50] L. B. R. Medina, "Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución," *Ingeniería,* Artículo de Revisión vol. 16, pp. 35-55, 2011.

[51] I. L. S. González, "Solución del problema de planificación de rutas de vehículos capacitados en el contexto del comercio electrónico en Cuba," Departamento de Inteligencia Artificial e Infraestructura de Sistemas Informáticos, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, 2022.

[52] G. Reinelt, "TSPLIB—A traveling salesman problem library," *ORSA journal on computing,* vol. 3, no. 4, pp. 376-384, 1991. [Online]. Available: <http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/>.

[53] E. Alba., "Networking and emerging optimiztion.," *Universisdad de Malaga,* Enero 2014. [Online]. Available: <http://neo.lcc.uma.es/vrp/vrp-instances/>.

[54] E. Maria, E. Budiman, and M. Taruk, "Measure distance locating nearest public facilities using Haversine and Euclidean Methods," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1450, no. 1: IOP Publishing, p. 012080.

[55] M. Malkauthekar, "Analysis of euclidean distance and manhattan distance measure in face recognition," in *Third International Conference on Computational Intelligence and Information Technology (CIIT 2013)*, 2013: IET, pp. 503-507.

[56] É. O. Rodrigues, "Combining Minkowski and Chebyshev: New distance proposal and survey of distance metrics using k-nearest neighbours classifier," *Pattern Recognition Letters,* vol. 110, pp. 66-71, 2018.

[57] A. Z. Maciel, R. R. Andrade, C. R. M. Valenzuela, and F. Pivot, "Evaluación de receptores GPS de bajo costo de alta sensibilidad para trabajos geodésicos. Caso de estudio: línea base geodésica," *CIENCIA ergo-sum,* vol. 27, no. 1, p. 6, 2020.